



IPhO 2022 - Terminale

Épreuve de présélection française

Sciences à l'École



30 mars 2022

Durée de l'épreuve : 3 heures

Calculatrices autorisées

L'épreuve comporte quatre parties différentes et indépendantes les unes des autres, dont la nature et les temps à accorder conseillés sont donnés dans le tableau ci-dessous :

		Temps conseillé
PARTIE A	QCM	1 heure
PARTIE B	1 ^{er} exercice	30 min
PARTIE C	2 ^{ème} exercice	30 min
PARTIE D	Problème	1 heure

CONSIGNE pour la rédaction

*Les réponses sont à rédiger sur les feuilles d'énoncé, dans les emplacements prévus.
Si le candidat a besoin de feuilles supplémentaires, il utilisera les feuilles vierges fournies dont les en-têtes doivent être impérativement complétés.*

IMPORTANT

*Toutes les feuilles à rendre doivent comporter le nom, le prénom,
le numéro de téléphone et le lycée du candidat.
Tout oubli pourra entraîner l'absence de correction de la feuille concernée.*

Données générales pour l'ensemble de l'épreuve

Nom	Symbole	Valeur
Célérité de la lumière dans le vide	c	$299\,792\,458\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
Constante de Planck	h	$6,626 \times 10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}$
Charge élémentaire	e	$1,602 \times 10^{-19}\text{ C}$
Électron-volt	1 eV	$1,602 \times 10^{-19}\text{ J}$
Perméabilité magnétique du vide	μ_0	$1,257 \times 10^{-6}\text{ H}\cdot\text{m}^{-1}$
Permittivité diélectrique du vide	ϵ_0	$8,854 \times 10^{-12}\text{ F}\cdot\text{m}^{-1}$
Constante gravitationnelle	G	$6,675 \times 10^{-11}\text{ m}^3\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$
Accélération normale de la pesanteur à la surface de la Terre	g^0	$9,81\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$
Température du point triple de l'eau	T_0	$273,16\text{ K}$ ou $0,01\text{ }^\circ\text{C}$
Constante d'Avogadro	N_A	$6,022 \times 10^{23}\text{ mol}^{-1}$
Masse du proton	m_p	$1,673 \times 10^{-27}\text{ kg}$
Masse de l'électron	m_e	$9,109 \times 10^{-31}\text{ kg}$
Constante de Boltzmann	k ou k_B	$1,381 \times 10^{-23}\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$
Constante des gaz parfaits	R	$8,314\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$
Distance Terre-Soleil	d_{TS}	$1,499 \times 10^8\text{ km}$
Masse du Soleil	M_S	$1,989 \times 10^{30}\text{ kg}$
Rayon de la Terre	R_T	$6,4 \times 10^3\text{ km}$
Masse de la Terre	M_T	$5,974 \times 10^{24}\text{ kg}$
Masse volumique de l'air	ρ_a	$1,20\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ à $T=20\text{ }^\circ\text{C}$ et $P=1,0 \times 10^5\text{ Pa}$
Masse molaire moyenne de l'air	M	$28,96\text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$
Masse volumique de l'eau	ρ_e	$1,00 \times 10^3\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$

collision a dégagé une énergie considérable et a éjecté du sol 175 millions de tonnes de roche. Le diamètre de ce cratère est d'environ 1200 m, la densité de la roche d'environ $3000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ et la vitesse d'impact estimée à 15 km/s.

À partir du raisonnement par analyse dimensionnelle proposé, à combien estime-t-on la masse de la météorite qui a provoqué la formation de ce cratère ?

- (a) 4,7 kg; (c) $5,4\cdot 10^{14}$ kg;
 (b) $4,7\cdot 10^6$ kg; (d) $5,4\cdot 10^8$ kg.

Q12. On embarque deux cellules terrestres à bord d'un vaisseau spatial à destination du Soleil. Le vaisseau se déplace dans le référentiel héliocentrique à une vitesse de $0,850 c$. Le temps de doublement du nombre de cellules est de 10,0 s dans le référentiel propre des cellules.

Combien y aura-t-il de cellules quand la navette arrivera au niveau du Soleil ?

On rappelle que la distance Terre-Soleil est égale à $1,5\cdot 10^{11}$ m.

- (a) $\approx 6\cdot 10^{17}$; (c) $\approx 2\cdot 10^9$;
 (b) $\approx 1\cdot 10^{18}$; (d) $\approx 3\cdot 10^8$.

Q13. On fait l'hypothèse que le rayonnement solaire est isotrope. La puissance surfacique du rayonnement solaire au niveau de la Terre est supposée égale à $1,4 \text{ kW}/\text{m}^2$.

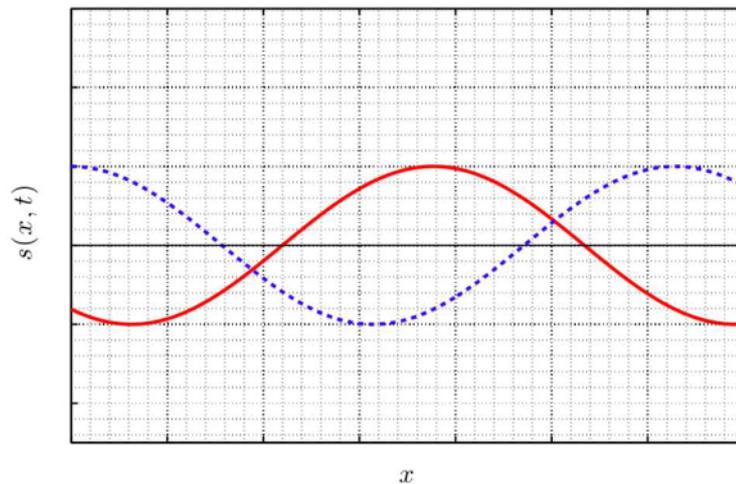
Quelle masse le Soleil perd-il chaque jour en raison de son rayonnement ?

On rappelle que la distance Terre-Soleil est égale à $1,5\cdot 10^{11}$ m.

- (a) $9,5\cdot 10^{13}$ kg; (c) $3,8\cdot 10^{14}$ kg;
 (b) $9,5\cdot 10^{10}$ kg; (d) $3,8\cdot 10^{11}$ kg.

Q14. On donne la représentation graphique d'une onde sinusoïdale $s(x, t)$ en fonction de l'espace x à l'instant t_1 (en trait continu) et à un instant ultérieur $t_2 > t_1$ (en pointillés).

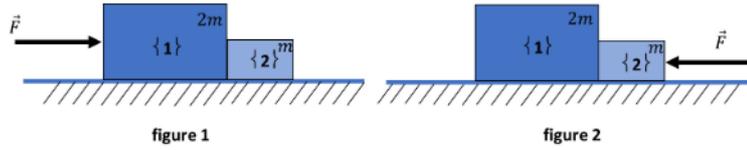
Quelle est l'unique proposition correcte ?



- (a) L'onde est progressive vers les x croissants; (c) L'onde est stationnaire;
 (b) L'onde est progressive vers les x décroissants; (d) On ne peut pas conclure.

Q15. On considère deux blocs de masses respectives $2m$ (noté bloc {1}) et m (noté bloc {2}), qui sont en contact. Ils sont placés sur une surface plane et horizontale. On considère que les forces de frottement entre ces blocs et la surface sont négligeables. On exerce une force extérieure \vec{F} (de norme notée F) sur ces blocs, suivant deux configurations présentées sur la figure ci-dessous.

Quelle est la norme (notée F_{12}) de la force exercée par le bloc {1} sur le bloc {2} dans chacune des deux configurations ?



- (a) $F_{12} = \frac{F}{3}$ (fig. 1) et $F_{12} = \frac{F}{3}$ (fig. 2);
- (b) $F_{12} = \frac{F}{3}$ (fig. 1) et $F_{12} = \frac{2F}{3}$ (fig. 2);
- (c) $F_{12} = \frac{2F}{3}$ (fig. 1) et $F_{12} = \frac{F}{3}$ (fig. 2);
- (d) $F_{12} = \frac{2F}{3}$ (fig. 1) et $F_{12} = \frac{2F}{3}$ (fig. 2).

Fin de la partie A



Partie A

QCM — document réponse

Durée conseillée : 1 heure.

*Pour chaque question, les candidats entoureront la réponse de leur choix sur ce document.
Il n'y a qu'une réponse correcte par question.*

- Q1. (a) (b) (c) (d)
- Q2. (a) (b) (c) (d)
- Q3. (a) (b) (c) (d)
- Q4. (a) (b) (c) (d)
- Q5. (a) (b) (c) (d)
- Q6. (a) (b) (c) (d)
- Q7. (a) (b) (c) (d)
- Q8. (a) (b) (c) (d)
- Q9. (a) (b) (c) (d)
- Q10. (a) (b) (c) (d)
- Q11. (a) (b) (c) (d)
- Q12. (a) (b) (c) (d)
- Q13. (a) (b) (c) (d)
- Q14. (a) (b) (c) (d)
- Q15. (a) (b) (c) (d)

Fin de la partie A

Partie B

Exercice 1

Conduction électrique dans un milieu granulaire

Durée conseillée : 30 minutes.

L'objet de cet exercice est d'étudier la conduction électrique dans un milieu granulaire (c'est-à-dire constitué de grains, comme une poudre). Nous travaillerons dans ce qui suit, selon la référence [1], sur un modèle simplifié et remplacerons la poudre (milieu complexe et désordonné) par une chaîne de billes métalliques représentée figure 1. Le rayon des billes vaut $r = 4 \text{ mm}$.

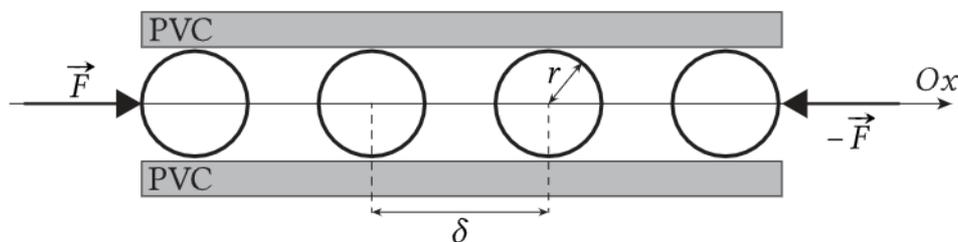


FIGURE 1 – Dispositif expérimental. Les billes solides de rayon $r = 4 \text{ mm}$ sont contraintes à se déplacer dans le canal en PVC. Deux billes successives ont leurs centres systématiquement espacés de δ .

Soit un résistor aux bornes duquel est imposée une tension U et traversé par un courant I . Les conventions sont précisées sur la figure 2.

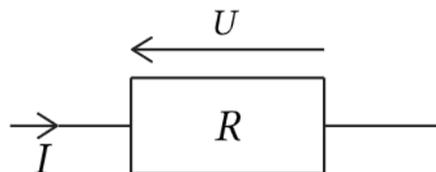


FIGURE 2 – Dipôle en convention récepteur.

1. Définir la résistance R du résistor et rappeler la loi d'Ohm. La tension U étant fixée par un générateur de tension, comment varie le courant I lorsque R augmente? Que vaut-il lorsque R devient infinie?

On propose d'étudier la résistance de la chaîne de billes métalliques présentée figure 1. Les billes, de rayon r , sont contraintes par un canal en PVC (matériau isolant) à se déplacer le long de l'axe Ox . Par souci de simplification, on suppose que la distance entre les centres de chaque bille consécutive est la même et notée δ :

- lorsque $\delta > 2r$, elles ne sont pas en contact;
- lorsque $\delta = 2r$, le contact est établi;
- lorsque $\delta < 2r$, les billes *s'écrasent* les unes sur les autres et se déforiment.

Ce rapprochement des billes est imposé par l'application de forces de module F sur les première et dernière billes. Lorsque la situation est à l'équilibre (les billes ne bougent plus), une tension U est imposée aux bornes de la chaîne et le courant est mesuré.

2. Dans un premier temps, les billes sont disposées dans le canal sans qu'aucune force ne soit appliquée; en particulier, l'espace δ entre les billes est a priori supérieur à $2r$. Que vaut alors la résistance de la chaîne?

3. On applique maintenant des forces de valeur F non nulle et constante de chaque côté de la chaîne, ce qui écrase les billes les unes sur les autres. Reproduire schématiquement la figure 1 lorsque l'équilibre est atteint. Représenter sur ce schéma le générateur imposant la tension U et les appareils permettant de mesurer U et l'intensité I parcourant la chaîne. Décrire sur un autre schéma ou par une phrase le contact « écrasé » entre les billes. Comment évolue la forme de la surface de contact lorsque la valeur des forces augmente?

4. Lorsque deux billes sphériques « s'écrasent » l'une sur l'autre, on montre que le rayon a de la surface du contact est lié au rayon r des billes, aux forces F appliquées et à un coefficient α traduisant les propriétés du matériau par

$$a = (\alpha r F)^{1/3} . \quad (1)$$

La résistance variant comme l'inverse de la surface du contact (en supposant que l'écrasement reste faible devant le rayon des billes), quelle relation peut-on attendre entre la résistance R de la chaîne de billes et la force F appliquée à ses extrémités?

L'expérience montre que la résistance varie avec la valeur des forces à courant fixé selon le graphe représenté figure 3. Le graphe est en échelle logarithmique, c'est-à-dire qu'il revient au même que le tracé de $\log(R)$ en fonction de $\log(F)$.

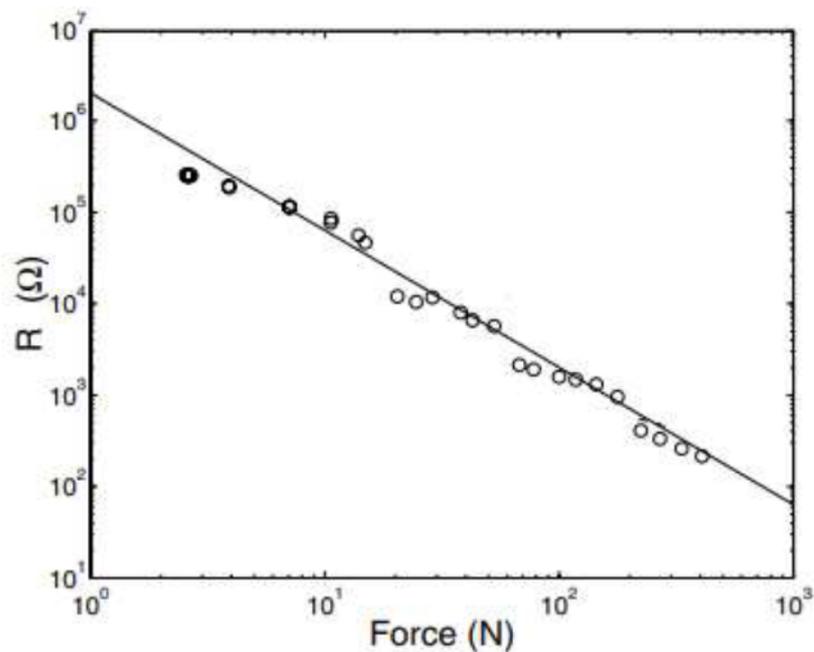


FIGURE 3 – Résistance de la chaîne de billes mesurée au fur et à mesure que la force appliquée est de plus en plus grande et ajustement. Figure d'après [1].

5. Montrer que l'ajustement en trait plein du graphe 3 confirme la loi de puissance $R \approx kF^\alpha$ et déterminer α . Commenter par rapport à la valeur attendue.

[1] *Nonlinear electrical conductivity in a 1D granular medium*, E. Falcon, B. Castaing, and M. Creyssels, *Europ. Phys. Journ. B* **38** (2004).

Nom :

Téléphone :

Prénom :

Lycée :



Fin de la partie B



Partie C

Exercice 2

Mesure de la capacité thermique massique de l'eau

Durée conseillée : 30 minutes.

Cet exercice porte sur la mesure de la capacité thermique massique de l'eau. Cette mesure est réalisée expérimentalement en utilisant un calorimètre. Les parois de ce récipient sont conçues de manière à limiter les échanges thermiques entre l'intérieur et l'extérieur du calorimètre, comme dans une bouteille isotherme.

Lorsque les parois sont parfaitement isolantes thermiquement, on dit que le calorimètre est adiabatique.

On va dans cet exercice comparer les résultats obtenus grâce à deux méthodes. Pour la première, on place dans un calorimètre supposé adiabatique, de capacité thermique $C = 200 \text{ J.K}^{-1}$ et initialement à la température $T_1 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$, une masse $m_1 = 50 \text{ g}$ d'eau à la température $T_1 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$. On ajoute ensuite une autre masse d'eau $m_2 = 100 \text{ g}$ à la température $T_2 = 80 \text{ }^\circ\text{C}$. On note c_e la capacité thermique massique de l'eau. À la fin de l'expérience, on mesure une température $T_f = 40 \text{ }^\circ\text{C}$.

Q 1. Justifier qu'il est possible de modéliser par des transformations isochores les évolutions suivies par le calorimètre et chacune des masses d'eau lors de l'expérience réalisée.

Q 2. Écrire la variation d'énergie au cours de la transformation :

- pour le calorimètre (variation d'énergie ΔU_0);
- pour l'eau initialement froide placée dans le calorimètre (variation d'énergie ΔU_1);
- pour l'eau initialement chaude placée dans le calorimètre (variation d'énergie ΔU_2).

Q 3. Le contenu du calorimètre reçoit-il de l'énergie de la part de l'extérieur? Justifier.

Nom :

Téléphone :

Prénom :

Lycée :



Q 4. Écrire le premier principe de la thermodynamique pour le contenu du calorimètre.

Q 5. En déduire la valeur de la capacité thermique massique de l'eau.

Une deuxième méthode est envisageable : dans le même calorimètre (vidé) supposé adiabatique, de capacité thermique $C = 200 \text{ J.K}^{-1}$ et initialement à la température $T_1 = 0 \text{ °C}$, on place une masse $m_3 = 200 \text{ g}$ d'eau à la température $T_3 = 20 \text{ °C}$ et une résistance $R = 1 \text{ k}\Omega$ à la température T_3 . On note c_e la capacité thermique massique de l'eau. On branche la résistance à un générateur délivrant un courant continu d'intensité $I = 0,4 \text{ A}$ pendant une durée $\Delta t = 5 \text{ min}$. À la fin de la transformation, la température de l'eau et de la résistance est $T'_f = 66 \text{ °C}$.

Q 6. L'eau placée dans le calorimètre reçoit-elle de l'énergie? Justifier.

Q 7. Écrire le premier principe de la thermodynamique pour l'eau placée dans le calorimètre.

Q 8. En déduire la valeur de la capacité thermique massique de l'eau.

Nom :

Téléphone :

Prénom :

Lycée :



Q 9. Les deux valeurs sont-elles cohérentes entre elles ?

Fin de la partie C

Partie D

Problème

Détection de gaz par spectroscopie photoacoustique

Durée conseillée : 1 heure.

Ce problème s'intéresse à une méthode de détection de gaz à l'état de traces dans l'atmosphère par spectroscopie photoacoustique.

DOCUMENT 1 : Principe de la spectroscopie photoacoustique

Le principe général de la spectroscopie photoacoustique pour la détection de gaz est le suivant :

- Une onde lumineuse, de fréquence ν , traverse un gaz, faisant passer les molécules de ce gaz dans un état excité, sous réserve que $h\nu$ corresponde à une transition pour cette espèce moléculaire.
- Les molécules excitées peuvent ensuite revenir à leur état fondamental en dissipant l'énergie absorbée par collisions avec les molécules voisines, donc sous forme de chaleur. On observe ainsi un échauffement local transitoire, qui donne naissance à une onde de pression lorsque l'amplitude de l'onde lumineuse est modulée périodiquement à une cadence f .
- Cette onde de pression peut par exemple être détectée par un microphone ou par un diapason.

Ces différentes étapes sont présentées sur la figure 1 ci-dessous :

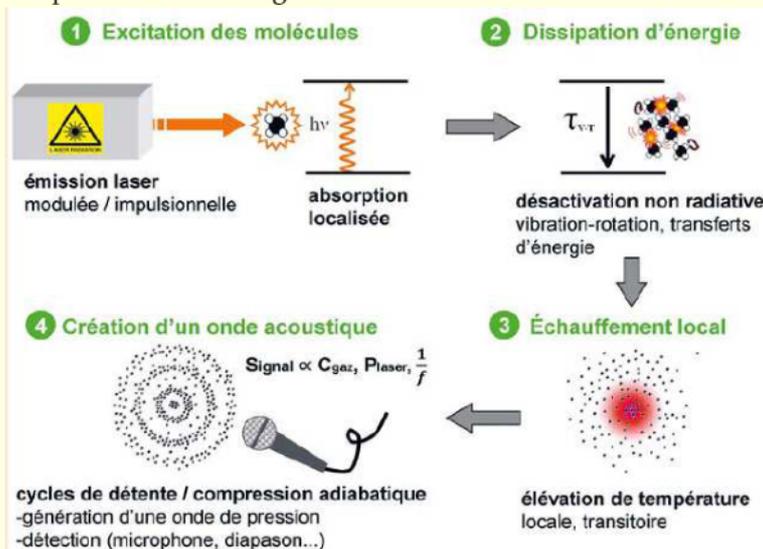


FIGURE 1 – Source : *Détection de gaz par spectroscopie photoacoustique : principe et mise en œuvre*, Maxime Duquesnoy et coll., Photoniques 94 (2018)

Il est ainsi possible, par analyse de la réponse acoustique en fonction de la longueur d'onde d'excitation, d'obtenir le spectre d'absorption de la molécule, et donc de l'identifier dans un mélange plus complexe (l'atmosphère par exemple).

De plus, l'amplitude du son généré croît avec la concentration du gaz C_{gaz} , ce qui permet la quantification, mais aussi avec la puissance moyenne du flux lumineux P_{laser} , ce qui fournit un moyen direct d'augmenter le niveau de signal.

Enfin, le détecteur acoustique est indépendant de la longueur d'onde optique du laser, ce qui permet de l'apparier à des sources laser très différentes.

Ce problème se décompose en deux parties indépendantes : la première est consacrée à l'étude de l'excitation des molécules du gaz (ici des molécules de monoxyde de carbone dans l'air) et la seconde à la détection de l'onde acoustique générée.

I. Excitation de monoxyde de carbone dans l'air ambiant

Le monoxyde de carbone CO est un gaz toxique. Il est nocif même à des concentrations très faibles : 30 minutes d'exposition à 0,32% de monoxyde de carbone dans l'air provoque un décès.

Il est donc utile de mesurer sa concentration dans l'air avec une grande sensibilité : la méthode de détection de gaz par spectroscopie photoacoustique répond à cette exigence.

On peut modéliser la molécule de monoxyde de carbone CO comme deux atomes reliés par un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 .

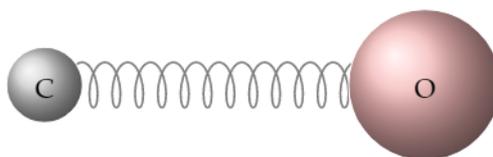


FIGURE 2 – Modélisation de la vibration de la molécule CO par un système masses-ressort

On a alors un système de type masses-ressort (voir **figure 2**), qui oscille à la fréquence f_0 , avec :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{\mu}}$$

où k est la constante de raideur du ressort et μ est la masse réduite, qui s'exprime en fonction des masses des atomes de carbone m_C et d'oxygène m_O :

$$\mu = \frac{m_C m_O}{m_C + m_O}$$

Données nécessaires à la résolution des questions de cette première partie :

Constante de Planck : $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J.s

Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \times 10^8$ m.s⁻¹

Nombre d'Avogadro : $\mathcal{N}_A = 6,02 \times 10^{23}$ mol⁻¹

Masses molaires d'éléments : carbone $M(C) = 12,0$ g.mol⁻¹ ; oxygène $M(O) = 16,0$ g.mol⁻¹

Q1. Déterminer la valeur numérique de la masse réduite μ .

L'élongation de la molécule CO par rapport à sa situation d'équilibre est notée $x(t)$. Elle est sinusoïdale, de la forme :

$$x(t) = x_m \cos(2\pi f_0 t)$$

avec x_m l'amplitude de l'élongation de la molécule CO.

Nom :

Téléphone :

Prénom :

Lycée :



- Q2. Déterminer les expressions de l'énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2}\mu v^2$ et de l'énergie potentielle élastique $E_p = \frac{1}{2}kx^2$, en fonction de μ , f_0 , x_m et t . En déduire l'expression de l'énergie mécanique E_m en fonction de μ , f_0 et x_m .

Les vibrations de la molécule sont en fait régies par la mécanique quantique et l'énergie mécanique de vibration est quantifiée. Les niveaux d'énergie de vibration sont de la forme :

$$E_n = hf_0 \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

Avec h la constante de Planck, f_0 la fréquence de l'oscillateur classique $\left(f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{\mu}} \right)$ et $n \in \mathbb{N}$.

Le laser permettant d'exciter la molécule CO dans le cadre de la spectroscopie photoacoustique fait passer la molécule du niveau d'énergie de vibration $n = 0$ au niveau d'énergie de vibration $n = 1$. Sa longueur d'onde est $\lambda = 4,664 \mu\text{m}$.

- Q3. Dans quel domaine du spectre électromagnétique émet ce laser ?

- Q4. Déterminer l'expression de l'écart d'énergie entre les niveaux de vibration $n = 0$ et $n = 1$ en fonction de h , c et λ . Faire l'application numérique.

- Q5. En déduire la fréquence propre de vibration f_0 de la molécule. Faire l'application numérique.



Q6. Calculer la constante de raideur k du ressort équivalent à la liaison C – O dans le monoxyde de carbone.

En utilisant le même raisonnement, on peut estimer la constante de raideur k du ressort qui modélise la liaison pour d'autres molécules diatomiques :

Molécule	Schéma de Lewis	Constante de raideur (N.m ⁻¹)
F ₂	$ \underline{\text{F}}-\underline{\text{F}} $	$4,4 \times 10^2$
O ₂	$\langle \text{O}=\text{O} \rangle$	$1,1 \times 10^3$
N ₂	$ \text{N}\equiv\text{N} $	$2,2 \times 10^3$

Q7. À quelle caractéristique de la liaison peut être qualitativement liée cette constante de raideur ?

Q8. Les niveaux d'énergie de vibration peuvent être associés à l'énergie mécanique de la molécule au sens de la mécanique classique (exprimée à la **question 2**). Quelle est l'amplitude x_m de l'élongation de la molécule lorsque celle-ci est dans son niveau de vibration $n = 1$? Commenter la valeur obtenue, sachant que la longueur de la liaison C – O dans le monoxyde de carbone est $\ell_0 = 112,8$ pm.

II. Détection de l'onde acoustique par poutre vibrante

Le laser qui excite le gaz à l'intérieur de la cavité est pulsé à la fréquence $f = 28$ kHz. L'onde acoustique émise est alors à la même fréquence. L'intensité de cette onde acoustique croît avec la concentration du gaz que l'on cherche à détecter. Nous étudions dans cette partie un détecteur acoustique par poutre vibrante, dispositif mis au point dans les années 2000, qui permet de détecter la présence d'une seule molécule de gaz trace dans 10^{12} molécules d'air !

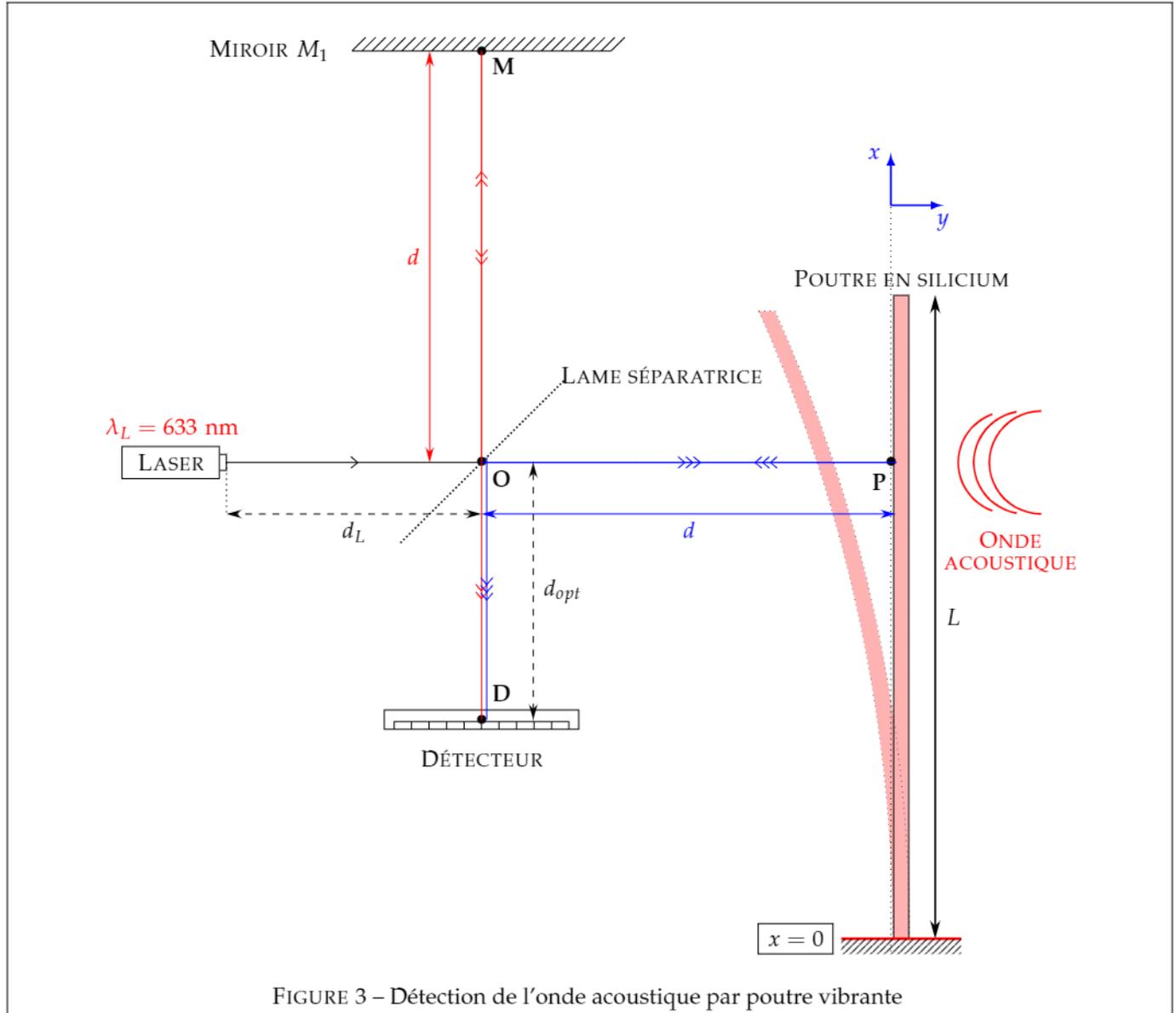
Son principe est schématisé sur la **figure 3**. Un rayon laser, de longueur d'onde $\lambda_L = 633$ nm, est séparé en deux rayons perpendiculaires à l'aide d'une lame séparatrice semi-réfléchissante positionnée à 45° par rapport au rayon incident :

- Le premier rayon se réfléchit en O sur la lame séparatrice, puis en M sur un miroir M_1 , retransverse la lame et arrive sur le détecteur optique.
- Le second rayon traverse la lame séparatrice, puis se réfléchit en P sur une poutre en silicium mise en vibration latérale par l'onde acoustique produite par le gaz. L'angle de déflexion de la poutre est suffisamment petit pour

qu'on puisse supposer que le rayon réfléchi repart en P dans la même direction que le rayon incident. Le rayon retourne ensuite vers la lame, se réfléchit sur celle-ci en O , puis se dirige vers le détecteur optique.

- Les deux rayons se rejoignent en D , sur le détecteur.

Le but de cette partie est de comprendre comment la mesure de l'intensité lumineuse reçue par le détecteur optique permet de déterminer la déflexion de la poutre par rapport à sa position d'équilibre verticale, ce qui permet de remonter à l'intensité de l'onde acoustique qui l'a mise en vibration.



Lorsque la poutre est à l'équilibre, la distance entre le point O de la lame semi-réfléchissante et la poutre est égale à la distance entre le point O et le miroir M_1 , qu'on note d . Lorsque la poutre vibre, la distance entre le point O et la poutre est $d + e(t)$, $e(t)$ pouvant être négatif. La distance entre le point O et le laser est notée d_L , celle entre le point O et le détecteur optique est notée d_{opt} . Les notations sont précisées sur la **figure 3** (par souci de lisibilité, sur cette figure, la déflexion de la poutre est exagérée).

Le signal émis par le laser a pour expression $s(t) = 2A_0 \cos(2\pi f_L t)$, où f_L est la fréquence de l'onde laser et $2A_0$ son amplitude.

Ce signal se propage sans déformation, si bien qu'après avoir parcouru une distance ℓ , le signal s'écrit :

$$s(\ell, t) = 2A_0 \cos\left(2\pi f_L t - \frac{2\pi\ell}{\lambda_L}\right)$$

avec λ_L la longueur d'onde du laser.

Chaque fois qu'un rayon arrive sur la lame semi-réfléchissante, l'amplitude de chaque rayon transmis et réfléchi est divisée par $\sqrt{2}$. On note respectivement $s_T(M, t)$ et $s_R(M, t)$, où M désigne le point d'observation et t le temps, les signaux associés aux ondes transmises et réfléchies après traversée de la lame semi-réfléchissante.

On ne tiendra pas compte des déphasages des signaux lors des réflexions car ceux-ci ne modifient pas l'intensité lumineuse sur le détecteur.

Q9. Donner les expressions de $s_T(P, t)$ et $s_R(M, t)$ (où P et M désignent respectivement les points de réflexion sur la poutre et le miroir M_1) en fonction de $A_0, f_L, \lambda_L, d_L, d, t$ et $e(t)$.

Q10. En déduire les expressions de $s_T(D, t)$ et $s_R(D, t)$ (où D désigne la position d'arrivée sur le détecteur optique) en fonction de $A_0, f_L, \lambda_L, d_L, d, d_{opt}, t$ et $e(t)$.

Les signaux $s_T(D, t)$ et $s_R(D, t)$ se somment au niveau du détecteur. On cherche à exprimer l'amplitude A de l'onde obtenue. Lorsqu'on somme un signal $s_1(t) = A_1 \cos\left(2\pi f_L t - \frac{2\pi\ell}{\lambda_L}\right)$ et un signal $s_2(t) = A_2 \cos\left(2\pi f_L t - \frac{2\pi\ell}{\lambda_L} - \Delta\varphi\right)$, on obtient un signal d'amplitude A , avec :

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\Delta\varphi)}$$

Q11. Déterminer l'expression de l'amplitude A de l'onde résultant de la somme de $s_T(D, t)$ et $s_R(D, t)$ en fonction de A_0, λ_L et $e(t)$.

Q12. Le détecteur est sensible à l'intensité lumineuse I , qui est proportionnelle au carré de l'amplitude A : $I = \alpha A^2$, avec α la constante de proportionnalité. On suppose que le temps de réponse du détecteur est très petit devant la période de l'onde acoustique.

Montrer que l'intensité lumineuse $I(t)$ s'écrit :

$$I(t) = I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{4\pi e(t)}{\lambda_L}\right)\right)$$

Nom :

Téléphone :

Prénom :

Lycée :



On donnera l'expression de I_0 en fonction de α et de A_0 .

Q13. Déterminer les expressions de I_{max} et I_{min} , intensités maximale et minimale reçues par le détecteur au cours du mouvement de la poutre. Que vaut l'intensité lumineuse reçue lorsque la poutre est à l'équilibre ($e(t) = 0$)?

Q14. De quelle distance (exprimée en fonction de λ_L) le point P de la poutre se déplace-t-il entre deux valeurs consécutives de I_{max} mesurées par le détecteur au cours d'une déflexion dans un sens donné?

On peut caractériser la vibration de la poutre en silicium par son déplacement horizontal par rapport à sa position d'équilibre, noté $Y(x, t)$, avec x la position sur la poutre et t le temps. x est compris entre 0 et L , longueur de la poutre (voir figure 4). On admet que l'onde acoustique conduit à un déplacement de la poutre qui s'écrit sous la forme :

$$Y(x, t) = y(x) \cos(2\pi ft)$$

On représente sur la figure 4 ci-dessous l'amplitude normalisée du déplacement $y(x)/\delta$, en fonction de x/L .

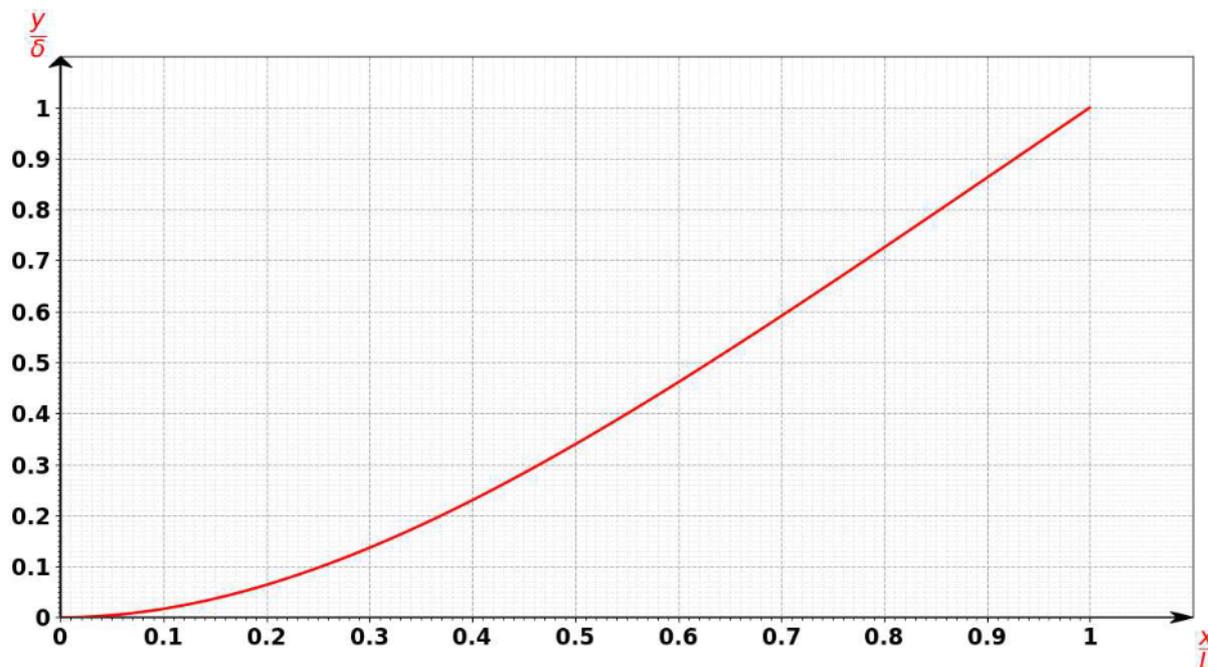


FIGURE 4 – Amplitude du déplacement de la poutre en fonction de la position

Q15. Que représente δ dans le graphique ci-dessus ?

Le rayon laser se réfléchit sur la poutre au point P , à la position $x_r = 0,8L$.

Q16. Montrer que la déflexion de la poutre peut s'écrire sous la forme :

$$e(t) = K\delta \cos(2\pi ft)$$

avec K un préfacteur numérique dont on précisera la valeur à partir du graphe de la figure 4.

Q17. Réécrire $I(t)$ à l'aide de l'expression de $e(t)$.

Q18. Quelle est la distance parcourue par le point P situé à la position $x_r = 0,8L$ sur la poutre entre ses deux positions de déflexion extrémales ? On suppose que cette distance est un multiple de la distance parcourue par

le point P entre deux valeurs de I_{max} . Déterminer alors le nombre N de fois où le détecteur mesure I_{max} entre les deux positions extrémales de la poutre.

On représente sur la figure 5 l'intensité lumineuse reçue par le détecteur optique au cours du temps.

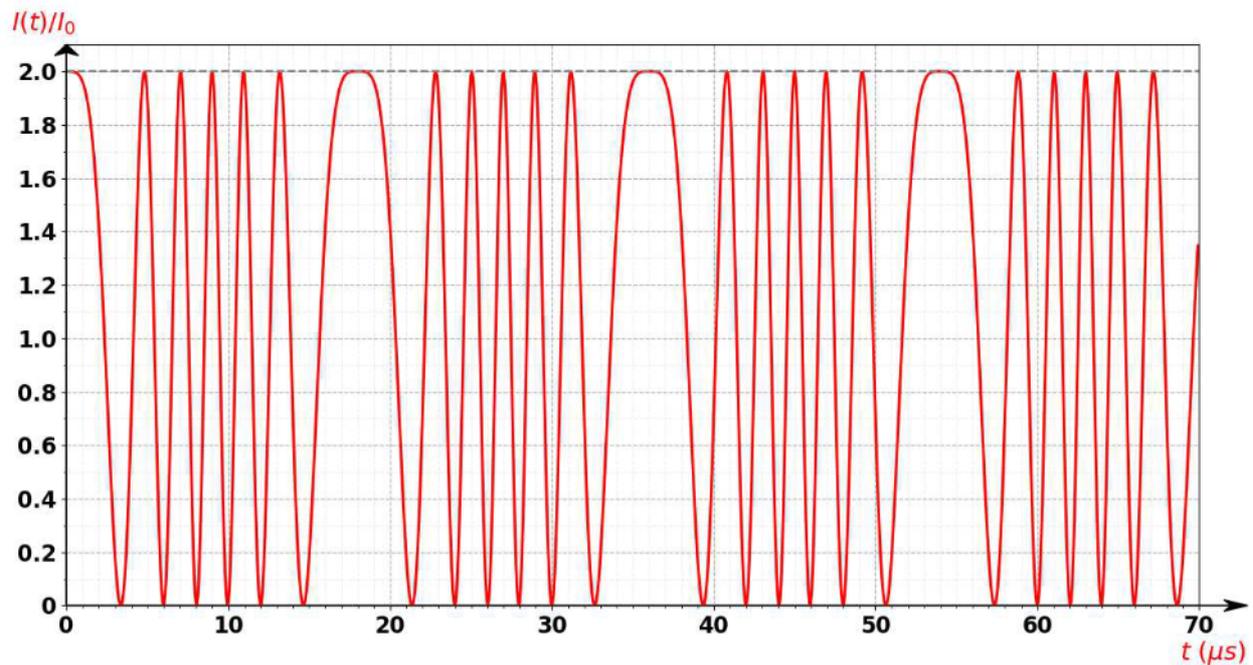


FIGURE 5 – Intensité lumineuse reçue par le détecteur optique en fonction du temps

Q19. Estimer les valeurs de f et δ à partir de la représentation graphique de $I(t)$. La valeur obtenue pour f est-elle cohérente ?

Q20. Conclure : comment la mesure de $I(t)$ peut-elle permettre de déterminer la concentration de gaz ?

Nom :

Téléphone :

Prénom :

Lycée :

Sciences à l'École



Fin de la partie D