Livret des attendus en calculs en début de 2nde

Table des matières

1 Thème n°1 : Écriture fractionnaire

1.1 Rappels de cours

Définition 1. On appelle fraction le quotient de deux nombres entiers écrit sous la forme $\frac{a}{b}$.
Autrement dit, $\frac{a}{b} = a \div b$, où a et b sont deux nombres entiers, $b \neq 0$.

On dit alors que a est le numérateur et que b est le dénominateur de la fraction.

Exemple 2. Fractions de références.

	Fraction	**Ecriture décimale**	**Pourcentage**
un demi			
un tiers		$\approx$	$\approx$
deux tiers		$\approx$	$\approx$
un quart			
trois quarts			
un cinquième			
trois cinquièmes			
un huitième			
trois huitièmes			
un dixième			

Remarques :

• $\frac{1}{2}$ est l'inverse de ... , 3 est l'inverse de ... , $\frac{4}{5}$ est l'inverse de ... , $-\frac{9}{8}$ est l'inverse de ...

• Le produit d'un nombre par son inverse vaut toujours ...

Autrement dit : $a \times \frac{1}{a} = \cdots$

• Si $a \neq 0$ et $b \neq 0$ alors l'inverse de $\frac{a}{b}$ est ...

Attention ! Ne pas confondre inverse et opposé d'un nombre.

Exemple :

•Cas particuliers : Soit a un réel non nul

$\frac{a}{1} = \cdots$ $\quad \frac{1}{\frac{1}{a}} = \cdots$ $\quad \frac{a}{-1} = \cdots$ $\quad \frac{-1}{a} = \cdots$ $\quad \frac{0}{a} = \cdots$ $\quad$ ***N.B***: $\frac{a}{0}$ **Impossible!!**

Règles et méthodes de calculs fractionnaires : Soient a, b, c, d et k des réels non nuls.

• Simplifications : $\frac{ka}{kb} = \cdots$ $\quad \frac{a}{a} = \cdots$ $\quad$ • Egalités : $\frac{-a}{-b} = \cdots$ $\quad \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = \ldots$

• Opérations : $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ $\quad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$ $\quad a \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{d}$ $\quad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

Méthodes de simplifications appliquées sur des exemples

Pour simplifier une fraction on peut commencer par décomposer le numérateur et le dénominateur en produits de facteurs premiers avant d'éliminer les facteurs communs. Par exemple :

$\frac{30}{42} = \frac{\ldots \times \cdots \times \ldots}{\ldots \times \cdots \times \ldots} = \frac{\ldots}{\ldots}$

Ou bien on peut effectuer des simplifications directes en identifiant des diviseurs communs au numérateur et au dénominateur. Par exemples :

$\frac{24}{14} = \frac{\ldots}{\ldots}$ en divisant par .... à la fois le numérateur et le dénominateur.

$\frac{15}{18} = \frac{\ldots}{\ldots}$ en divisant par ... à la fois le numérateur et le dénominateur.

$\frac{25}{45} = \frac{\ldots}{\ldots}$ en divisant par ... à la fois le numérateur et le dénominateur.

$\frac{6}{12} = \frac{\ldots}{\ldots}$ et $\frac{18}{6} = \frac{\ldots}{\ldots}$ en divisant par ... à la fois le numérateur et le dénominateur.

Pour cela, il faut bien connaître les tables de multiplications...

1.2 Exercices

Exercice 1. Compléter par les valeurs manquantes:

a) 25% de 80 valent .... b) 40% de 12 valent ....

c) 60% de .... valent 600. d) 200% de .... valent $18,4$.

e) .... % de 44 valent 33. f) .... % de $0,2$ valent $0,6$.

g) 50% de 40% de 20 valent .... h) 20% de 50% de ....valent 10.

i) 25% de .... % de 88 valent $2,2$. j) 50% de ....% de 1 valent 1.

Solution: cliquer ici =>8.1

Exercice 2. Compléter par « tiers », « quart », « cinquième » ou « dixième »:

a) Le .... de 100 vaut 20. b) La moitié du .... de 30 vaut 5.

c) Le .... du .... de 120 vaut 10. d) Le .... du .... de 900 vaut 60.

e) Le .... du .... de 200 vaut 5. f) Le .... du .... de 75 vaut 3.

Solution: cliquer ici =>8.1

Exercice 3. Les 12 situations suivantes font appel à 3 proportions différentes. Regrouper ces situations 4 par 4 selon ces proportions.

a) Dans une exploitation agricole, 75% des surfaces cultivées sont consacrées aux céréales.

b) Afin de se rénover, une entreprise décide d'utiliser le tiers de ses bénéfices pour des investissements.

c) Après sa $2^{\text{ème}}$ année de basket, un jeune joueur tente 50 paniers à la suite et calcule la fréquence de paniers réussis. Il obtient $0,4$.

d) Un club sportif compte 120 membres, dont 80 footballeurs. Parmi ces derniers, la moitié ont moins de 15 ans.

e) Selon une enquête menée en Nouvelle-Aquitaine à l'initiative de la ComUE d'Aquitaine, deux étudiants sur cinq ont rencontré des difficultés pour se loger en 2018.

f) La flore tahitienne comprend plus de 2000 espèces de plantes dont les trois quarts ont été introduites par l'homme.

g) Après avoir amélioré son tri sélectif, une commune traite et réutilise 60% de ses déchets plastiques. Le reste est envoyé en déchetterie.

h) Une urne contient 24 boules, dont 6 rouges. Les autres sont bleues.

i) Dans un jeu de lancer de dé non pipé à 6 faces, seuls les numéros 1 et 2 sont gagnants.

j) Sur les 35 élèves d'une classe de seconde, 21 élèves font LV1 anglais, les autres font LV1 espagnol.

k) Lors du lancer d'une pièce truquée, la fréquence d'apparition de « Pile » vaut $0,75$.

l) Le bilan des inscriptions dans un conservatoire de musique fait apparaître qu'environ 33% des inscrits proviennent de l'extérieur de la ville qui compte 22000 habitants.

Solution: cliquer ici =>8.1

Exercice 4.

1. a) Décomposer 450 et 180 en produits de facteurs premiers.

   b) En déduire l'écriture de $\frac{180}{450}$ sous forme d'une fraction irréductible.

2. Simplifier les fractions suivantes

$A=\frac{25}{15}$ $\quad B=\frac{56}{28}$ $\quad C=\frac{16}{48}$ $\quad D=\frac{330}{420}$ $\quad E=\frac{128}{36}$

Solution: cliquer ici => 8.1

Exercice 5.

Calculer et écrire le résultat sous la forme la plus simple.

$A=\frac{4}{3}-\frac{7}{3}$ $\quad B=\frac{4}{5}+\frac{5}{2}$ $\quad C=-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ $\quad D=-\frac{1}{5}-\frac{2}{15}$ $\quad E=4-\frac{5}{7}$

$F=\frac{3}{4}\times\frac{5}{7}$ $\quad G=-\frac{5}{8}\times\frac{4}{-15}$ $\quad H=14\times\left(-\frac{5}{21}\right)$ $\quad I=-\frac{2}{3}\div\frac{4}{5}$ $\quad J=\frac{4}{5}\div\left(-\frac{8}{15}\right)$

Solution: cliquer ici =>8.1

Exercice 6.

Calculer en indiquant clairement les étapes :

$K=\frac{13}{14}-\frac{1}{15}\times\frac{10}{7}$ $\quad L=\dfrac{\frac{4}{3}-\frac{3}{2}}{1-\frac{1}{3}}$ $\quad M=\dfrac{1+\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}-3}$ $\quad N=\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\times\frac{5}{6}$ $\quad O=\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)\times\frac{5}{6}$

$P=3-3\div\frac{9}{2}$ $\quad Q=\left(\frac{3}{8}\right)^2-\frac{1}{8}$ $\quad R=\left(\frac{3}{5}\right)^2\div\frac{9}{20}$ $\quad T=6-4\times\left(\frac{1}{4}-1\right)^2$

$U=-\frac{3}{5}-\left(-\frac{2}{3}+\left(\left(\frac{3}{4}-\frac{2}{5}\right)-\left(\frac{4}{5}-\frac{7}{4}\right)\right)-\frac{7}{5}\right)$

Solution: cliquer ici =>8.1

Exercice 7.

Simplifier les écritures suivantes. (préciser pour quelle valeur de x)

$A=\frac{x}{2}-\frac{x}{3}$ $\quad B=\frac{x}{3}-\frac{x-1}{5}$ $\quad C=\frac{x}{2}\times\frac{x}{3}$ $\quad D=\frac{x}{2}\times\frac{x-1}{3}$ $\quad E=2\times\frac{x-1}{6}$ $\quad F=3x\times\frac{x}{6}$

$G=\frac{\frac{x}{2}}{\frac{x}{3}}$ $\quad H=\frac{\frac{x}{2}}{\frac{x-1}{3}}$ $\quad I=\frac{\frac{x}{2}}{3}$ $\quad J=\frac{x}{\frac{2}{3}}$ $\quad K=\frac{2}{\frac{x}{3}}$ $\quad L=\frac{\frac{2}{x}}{3}$ $\quad M=\frac{\frac{2}{3}}{x}$ $\quad N=\frac{\frac{2}{3}}{x}$

Solution: cliquer ici =>8.1

Exercice 8.

Les 3 problèmes suivants sont indépendants.

1) Un producteur de pommes a écoulé les deux tiers de sa production à la coopérative, puis la moitié de ce qui restait sur le marché local. Il lui reste alors 500 kg. Calculer sa production totale.

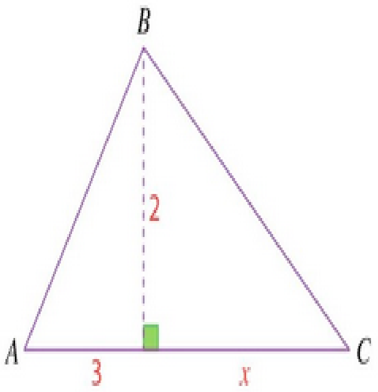
2) La largeur d'un rectangle mesure les $\frac{4}{7}$ de sa longueur. Calculer son aire sachant que son périmètre est 66 cm.

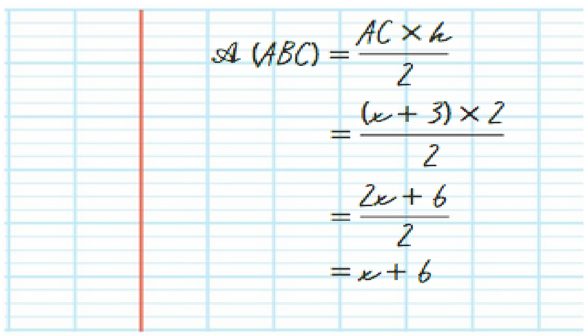
3) Lorsqu'on retranche un même nombre au numérateur et au dénominateur de la fraction $\frac{5}{3}$, on obtient la fraction $\frac{3}{5}$. Quel est ce nombre ?

Solution: cliquer ici =>8.1

Exercice 9.

Tom et Tessa doivent calculer l'aire du triangle ABC ci-dessous.





Tessa lui dit :« Tu as dû te tromper car comme on doit multiplier par 2 et diviser par 2 ça revient au même et on devrait trouver $x+3$.»

Qui de Tom ou Tessa a raison ? Expliquer l'erreur commise.

Solution: cliquer ici =>8.1

Exercice 10.

Sur une droite graduée d'unité 4 cm, construire le point A d'abscisse $\frac{5}{3}$ sans calculer de valeur approchée de $\frac{5}{3}$. ***Indice*** *: Penser au théorème de Thalès.*

Solution: cliquer ici =>8.1

Exercice 11.

Quatre personnes se partagent une somme d'argent. La première prend les $\frac{4}{9}$ de cette somme, la deuxième les $\frac{2}{3}$ de ce qui reste et la troisième prend les $\frac{3}{5}$ du nouveau reste. Quelle fraction de la somme initiale reste-t-il à la quatrième personne ?

Solution: cliquer ici =>8.1

2 Thème n°2 : Calculs avec des puissances

2.1 Rappels de cours

a et b sont des nombres non nuls, m et n sont des entiers quelconques.

Définition : $\underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n\,\text{facteurs}} = \cdots$ avec $n>0$ et $a^0 = \cdots$

Propriétes : $\frac{1}{a^n} = \cdots$ $\quad a^n \times a^m = \cdots$ $\quad (a^n)^m = \cdots$ $\quad \frac{a^n}{a^m} = \cdots$ $\quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \cdots$

Signe d'une puissance :

- si $a>0$ alors $a^n \ldots\ldots$
- Si $a<0$ alors $\begin{cases} a^n > 0 \text{ si } n \text{ est} \ldots\ldots\ldots \\ a^n < 0 \text{ si } n \text{ est} \ldots\ldots\ldots \end{cases}$

2.2 Exercices

Exercice 12. Vrai - Faux :

a) $3^2 = 6$ b) $2 \times 3^4 = 6^4$ c) $2^3 = 3^2$ d) $2^4 \times 3^4 = 6^4$ e) $\frac{1}{2^{10}} = 10^{-2}$

f) $\frac{9^3}{9^2} = 3^2$ g) $\frac{1}{3^{-1}} = -3$ h) $\frac{1}{10^{-3}} = 10^3$ i) $\frac{2^{-4}}{3^{-2}} = \frac{3^2}{2^4}$ k) $2^4 - 2^3 = 2^3$

Solution: Cliquer ici =>8.2

Exercice 13.

1) Donner le signe des nombres suivants : $3^2\,;2^3\,;3^{-2}\,;2^{-3}\,;(-3)^2\,;(-2)^3; -3^2; -2^3$.

2) Donner le signe des nombres suivants : $(-1)^{1000}; (-1)^{1001}; -1^{1000}; -1^{1001}$.

Solution: Cliquer ici =>8.2

Exercice 14.

Ecrire sous forme irréductible les fractions suivantes.

$A = \dfrac{7^3 \times 2^4 \times 3^5}{2^6 \times 7^2 \times 3^2}$ $B = \dfrac{(3\times 5)^3 \times 2^{-2}}{3^6 \times 11^{-3} \times 5^2}$ $C = \dfrac{10^7}{2^5 \times 5^4}$ $D = \dfrac{(13^3)^{-2} \times 2^{-4}}{26^{-5}}$

Solution: Cliquer ici =>8.2

Exercice 15.

Écrire les nombres suivants sous forme de produit ou quotient de puissances de nombres premiers puis simplifier.

$A = \left(\dfrac{2}{3}\right)^{11} \times \left(\dfrac{3}{2}\right)^{10}$ $B = 3^4 \times (-0,6)^3 \times 10^{-2}$ $C = \dfrac{(2^5)^3 \times 4}{(-8)^4}$ $D = (-3^2 \times 5)^5$

$E = \dfrac{15^2 \times 20^3}{45^2 \times 6^7}$

Solution: Cliquer ici =>8.2

3 Thème n°3 : Racine carrée

3.1 Rappels de cours

Définition : La racine carrée d'un nombre positif a, notée $\sqrt{a}$, est le nombre dont le carré vaut a.

On a donc : $(\sqrt{a})^2 = \cdots$

Exemples : $\sqrt{0} = \cdots$ $\sqrt{1} = \cdots$ $\sqrt{4} = \ldots$ $\sqrt{9} = \cdots$ $\sqrt{16} = \cdots$ $\sqrt{25} = \cdots$ etc...

$(\sqrt{0})^2 = \cdots$ $(\sqrt{1})^2 = \cdots$ $(\sqrt{4})^2 = \ldots$ $(\sqrt{9})^2 = \cdots$ $(\sqrt{16})^2 = \cdots$ $(\sqrt{25})^2 = \cdots$ etc...

Rappels : La racine carrée d'un nombre strictement négatif n'existe pas car il n'y a pas de nombre réel dont le carré est négatif. Par exemple «$\sqrt{-1}$» et «$(\sqrt{-1})^2$» n'existent pas et **ne s'écrivent pas** mais $-\sqrt{1}$ existe et vaut ... . De même $\sqrt{(-1)^2}$ existe et vaut ... .

Propriété : Toute équation de la forme $x^2 = a$ où a est un réel strictement positif a ... solutions : ... et ... .

Exemples :

$x^2 = 36$ équivaut à $x = \cdots$ ou $x = \cdots$ $x^2 = 2$ équivaut à $x = \cdots$ ou $x = \cdots$

En revanche $x^2 = -4$ .... car ....

Propriété : Soient et des réels positifs.

- $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ Par exemple : $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \ldots\ldots$
- $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$ Par exemple : $\sqrt{12} =$ ....
- $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$ avec $b \neq 0$. Par exemple : $\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} =$ ....

Attention !!! On ne peut réduire que des multiplications et des divisions de racines carrées.

Les réductions d'additions et de soustractions sont fausses.

Contre-exemples à retenir :

- $\sqrt{9} + \sqrt{16} \neq \sqrt{25}$ puisque : ....
- $\sqrt{25} - \sqrt{16} \neq \sqrt{9}$ puisque : ....

Méthode : Pour « simplifier » une racine carrée on fait apparaître un « carré parfait » (4, 9, 16, etc.) sous le radical puis on utilise les propriétés précédentes.

Exemples : $\sqrt{8} =$ .... $\sqrt{\dfrac{75}{4}} =$ ....

Important : On évitera de garder un résultat fractionnaire avec une racine carrée au dénominateur.

Méthode : Pour « se débarrasser » d'**une** racine carrée au dénominateur d'une fraction, on multiplie à la fois le numérateur et le dénominateur par cette racine carrée.

Exemple : $\dfrac{1}{\sqrt{2}} =$ .... $\dfrac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} =$ ....

3.2 Exercices

Exercice 16. Vrai - Faux :

a) $\sqrt{3} = 9$ b) $\sqrt{16} = 8$ c) $\sqrt{3^2} = 3$ d) $\sqrt{(-2)^2} = -2$ e) $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ f) $\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

g) $\sqrt{\dfrac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ h) $\sqrt{9+4} = 3+2$ i) $\sqrt{2^2+1} = 3$

Solution: Cliquer ici =>8.3

Exercice 17.

Écrire les nombres sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers (b étant le plus petit possible).

$A = \sqrt{27}$ $B = \sqrt{200}$ $C = \sqrt{20}$ $D = \sqrt{45}$ $E = \sqrt{98}$

Solution: Cliquer ici =>8.3

Exercice 18.

Écrire les nombres sous la forme d'un entier ou bien d'une fraction d'entiers ou encore sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers (b étant le plus petit possible).

$A = 2\sqrt{3} \times 6\sqrt{3}$ $B = 2\sqrt{5} \times 4\sqrt{15}$ $C = 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + \sqrt{3}$ $D = \sqrt{45} + 2\sqrt{5} - 3\sqrt{20}$

$E = \dfrac{3\sqrt{20}}{\sqrt{10}}$ $F = \dfrac{3}{\sqrt{27}} \times \sqrt{75}$ $G = \dfrac{2\sqrt{10}}{\sqrt{25}} \times \dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ $H = 2\sqrt{(-3)^2} - \left(\dfrac{3}{\sqrt{2}}\right)^2$

Solution: Cliquer ici =>8.3

Exercice 19.

Écrire sans racine carrée au dénominateur.

$A = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$ $B = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$ $C = \dfrac{3+\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$

Solution: Cliquer ici =>8.3

4 Thème n°4 : Développements

4.1 Exercices

Exercice 20.

Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes :

$A=3(1-x)+2(3x-2)$ $\quad B=-6(a-b)+2(2b-a)-8(1,25b-a)$

$C=(2x+y)(z-3t)-(x-y)(2z+3t)$ $\quad D=3(a-b+3)(b-3)$

Solution: Cliquer ici =>8.4

Exercice commenté :	
Développer $A=(4x+6)(4x-6)$	Développer $A=(a+b)(a-b)$
$A=(4x+6)(4x-6)$	$(a+b)(a-b)=$ ....
$A=4x\times4x+4x\times(-6)+6\times4x+6\times(-6)$	$(a+b)(a-b)=$...
$A=16x^2+24x-24x-36$	$(a+b)(a-b)=$...
$A=16x^2-36$	$(a+b)(a-b)=$...

Pour gagner du temps en développant une expression comme $(4x+6)(4x-6)$ il faut retenir l'identité remarquable : $(a+b)(a-b)=$ .... en identifiant : a=... et b=...

On se contentera d'écrire : $A=(4x+6)(4x-6)=(\ldots)^2-\ldots^2$=.............................

Attention : Ne pas oublier les parenthèses lorsqu'elles sont nécessaires !

Exercice 21.

Compléter les égalités suivantes :

1) $(x+\cdots)(x-\cdots)=x^2-81$ $\quad$ 2) $(\ldots-1)(\ldots+1)=9x^2-\ldots$ $\quad$ 3) $(\ldots-4)(2x+\ldots)=\ldots-16$

4) $(\ldots-\sqrt{2})(\ldots+\sqrt{2})=144x^2-\ldots$ $\quad$ 5) $(\ldots-7)(\ldots+7)=3x^2-\ldots$

Solution: Cliquer ici =>8.4

Exercice 22.

Développer, réduire et ordonner.

$A=5(x+3)$ $\quad B=7(2x-1)$ $\quad C=(2x+3)(4x+1)$ $\quad D=(5x+1)(2x-4)$

$E=(2x-5)(4x-3)$ $\quad F=(8x-12)^2$ $\quad G=(4x+6)^2$ $\quad H=(10z+4)(10z-4)$

$I=(3x-7)(3x+7)$ $\quad J=(7+9t)^2$ $\quad K=\left(\frac{1}{2}x+3\right)^2$ $\quad L=-2\left(6-\frac{1}{5}x\right)^2$

$M=4-(2x-7)(2x+7)$ $\quad N=(5x-7)^2+(9x+4)^2$ $\quad O=6(5x+2)-(x+8)(5x+2)$

Solution: Cliquer ici =>8.4

Exercice 23.

Développer puis réduire.

$A=(3-\sqrt{2})^2$ $\quad B=(4+2\sqrt{3})^2$ $\quad C=(4x+\sqrt{5})(4x-\sqrt{5})$ $\quad D=(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$

Solution: Cliquer ici =>8.4

Exercice 24.

Soit une fonction définie sur R par : $f(x)=-6(x+3)^2+2(3x-1)(x+1)$

1. Démontrer que f est une fonction affine.
2. Calculer l'image de 3 puis de $\frac{-1}{4}$ par f.
3. Déterminer l'antécédent de 10 par f.

Solution: Cliquer ici =>8.4

5 Thème n°5 : Factorisations

5.1 Exercices

Pour chaque exercice, factorisez les expressions données.

5.1.1 Premier degré

Exercice 25. En changeant le nom de la variable

a) $5x+5$ b) $4a+4$ c) $3b+3$ d) $6c+6$

Solution: Cliquer ici =>8.5.1

Exercice 26. En changeant la place de la variable

a) $2x+2$ b) $2+2x$ c) $7a+7$ d) $7+7a$

Solution: Cliquer ici =>8.5.1

Exercice 27. Gestion des signes

a) $8a+8$ b) $8a-8$ c) $-8a+8$ d) $-8a-8$

Solution: Cliquer ici =>8.5.1

Exercice 28. Avec des multiples

a) $5x+10$ b) $5+10x$ c) $9a+3$ d) $9a+6$ e) $25x-10$ f) $-15+10x$

g) $18a+3$ h) $14+28x$ i) $4(x+2)+3(x+2)$ j) $(2x-2)\times 3-(4-4x)$

k) $5(3x-2)-3(4-6x)$

Solution: Cliquer ici =>8.5.1

5.1.2 Second Degré

Exercice 29. Avec x et x^2

a) x^2+x b) $x-x^2$ c) $5x^2+15x$ d) $-21x+49x^2$

Solution: Cliquer ici =>8.5.2

Exercice 30. Avec des produits de deux polynômes du premier degré

a) $(x+7)(x+3)+(x+7)(x-2)$ b) $(2+x)(x-5)+(6-x)(x+2)$

c) $(x-7)(x+4)-(x+3)(7-x)$ d) $(-x+3)(1+x)+(x-1)(x-3)$

e) $(3x+9)(6+4x)+(15+5x)(2x+3)$ f) $(2+4x)2x+(6x+3)$

Solution: Cliquer ici =>8.5.2

Exercice 31. Le coup du « 1 » (ou du « -1 »)

a) $(x-3)(2x-1)+x-3$ b) $4x(5x+6)+6+5x$ c) $(4-2x)(x-1)+2x-4$

d) $x+(3-x)(4-12x)-3$

Solution: Cliquer ici =>8.5.2

Exercice 32. Avec des identités remarquables

a) x^2-1 b) $9-4x^2$ c) $49-16x^2$ d) $-36+25x^2$ e) $81x^2-7$ f) $8x^2-5$

Solution: Cliquer ici =>8.5.2

6 Thème n°6 : Résolutions d'équations

6.1 Rappels de cours

Résoudre une équation du 1er degré consiste à transformer l'égalité de départ, en égalités équivalentes plus simples, à l'aide des 4 opérations élémentaires suivantes:

- en ajoutant le même nombre aux 2 membres d'une égalité, on obtient une égalité équivalente

Exemple: $x-3=5$ équivaut à $x-3+3=5+3$ soit $x=8$.

- en soustrayant le même nombre aux 2 membres d'une égalité, on obtient une égalité équivalente.

Exemple: $x+2=7$ équivaut à $x+2-2=7-2$ soit $x=5$.

- en multipliant par le même nombre, les 2 membres d'une égalité, on obtient une égalité équivalente.

Exemple: $\frac{1}{2}x=3$ équivaut à $2\times\frac{1}{2}x=2\times 3$ soit $x=6$.

- en divisant par le même nombre **non nul**, les 2 membres d'une égalité, on obtient une égalité équivalente.

Exemple: $3x=8$ équivaut à $\frac{3x}{3}=\frac{8}{3}$ soit $x=\frac{8}{3}$.

Méthode 1 : Résoudre une équation du 1er degré

$2x+5=-4x+8$

$2x+5-5=-4x+8-5$ 1. On retranche 5 aux deux membres de l'égalité.

$2x=-4x+3$ 2. On simplifie chaque membre.

$2x+4x=-4x+3+4x$ 3. On ajoute $4x$ aux deux membres de l'égalité.

$6x=3$ 4. On simplifie chaque membre.

$\frac{6x}{6}=\frac{3}{6}$ 5. On divise par 6 chaque membre

$x=\frac{1}{2}$ 6. On simplifie les deux membres de l'égalité.

$\mathcal{S}=\left\{\frac{1}{2}\right\}$

Lien vers l'exerciseur Thot qui permet de résoudre des équations du premier degré en ligne.

Propriété : Un produit est nul si et seulement si ....

Méthode 2 : Résoudre une équation produit nul.

$(5x-1)(-3x+7)=0$

Or,

Donc : .... ou ....

.... ou ....

.... ou ....

S=

Propriété : Le carré d'un nombre réel est toujours positif ou nul.

Méthode 3 : Résoudre une équation du 2nd degré de la forme $x^2=a$

• Exemple 1 : $x^2-16=0$

.... 1. On met l'équation du 2nd degré sous la forme $x^2=a$

.... 2. Si $a>0$ alors l'équation admet deux solutions distinctes ... et ...

S =

• Exemple 2 : $x^2+25=0$

.... 1. On met l'équation du 2nd degré sous la forme $x^2=a$

.... 2. Si a... alors l'équation ....

car ....

S =

Remarque : L'équation $x^2=0$ admet .... : $x^2=0$

• Exemple 3 : $(x-3)^2=5$

.... 1. On commence par déterminer $x-3$

.... 2. Puis on détermine x

S =

6.2 Exercices

Exercice 33. Résoudre les équations suivantes :

a) $4x-5=7x+4$ b) $8-2x=4x+26$ c) $5-2(3x+4)=4x+6$ d) $2-(3-4x)=2(3-4x)$

e) $x(2x+6)=0$ f) $(4x+7)(3-7x)=0$ g) $x^2-8=0$ h) $x^2+10=0$

i) $2(x-5)^2+8=8$ j) $3x^2-5x+7=7$ k) $3(x+4)^2-7=2$ l) $4-2(x-1)^2=5$

m) $4x^2-9=0$ n) $(2x+1)^2=0$ o) $(5-x)(x+5)=9$ p) $6(1+4x)+(4x-3)^2=19$

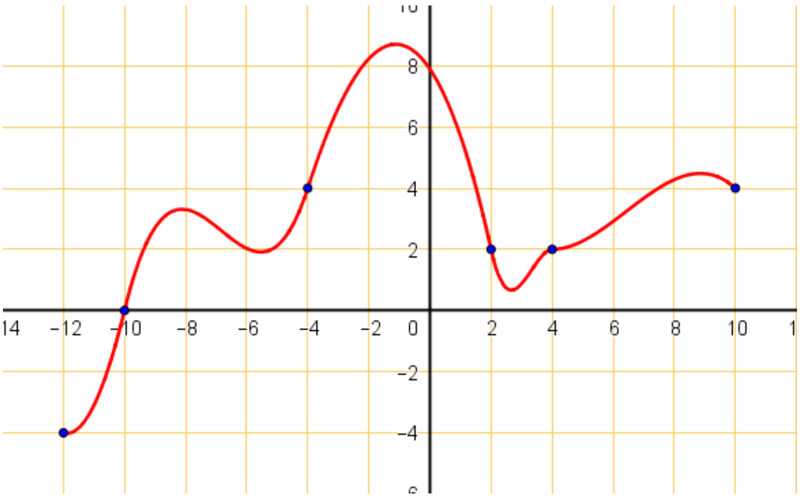
Solution: Cliquer ici =>8.6

7 Thème n°7 : Fonctions

7.1 Lecture graphique d'image

Exercice 34.

$\boxed{\text{Images}}$ Soit une fonction f définie sur l'intervalle $[-12;10]$ dont la représentation graphique est donnée ci-dessous.



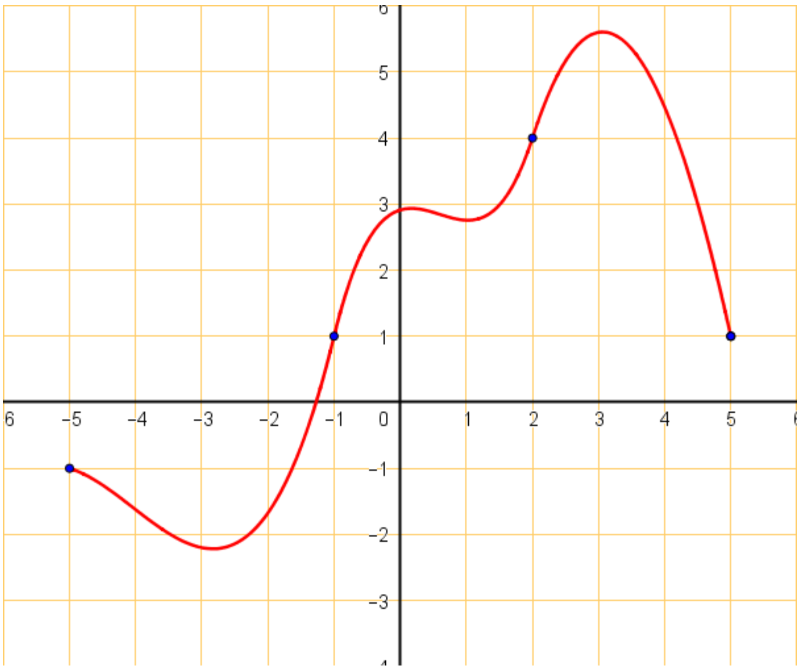
Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes :

1. Donner l'image de -10 par f.
2. Lire $f(10)$.
3. Lire $f(-4)$
4. Peut-on dire que $f(2)=f(4)$?

Solution : Cliquer ici =>8.7

Exercice 35.

$\boxed{\text{Images}}$ Soit une fonction f définie sur l'intervalle $[-5;5]$ dont la représentation graphique est donnée ci-dessous :



Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes :

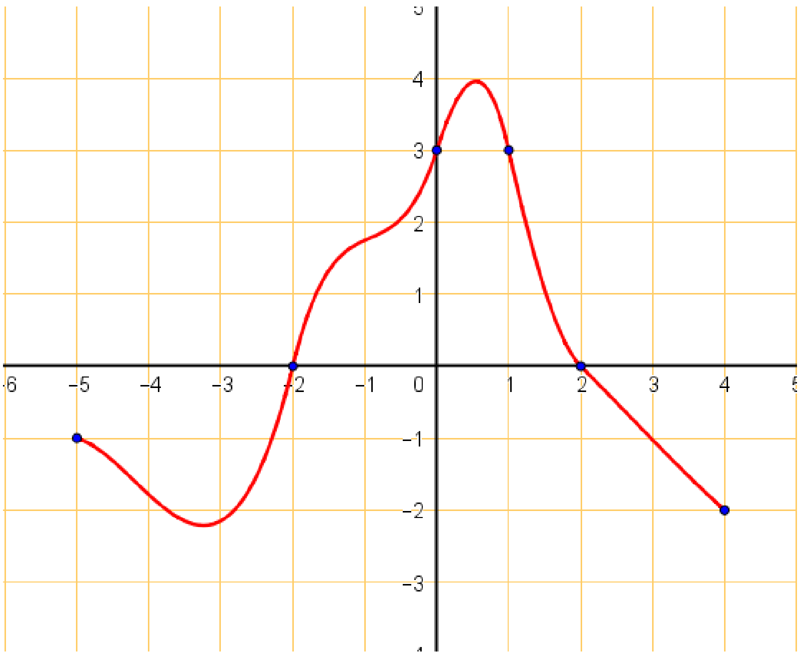
1. Donner l'image de -1 par f.
2. Lire $f(2)$.
3. Le nombre $f(1)$ est-il un entier ?
4. Le nombre 1 est l'image des nombres -1 et 5. Vrai ou faux ?

Solution : Cliquer ici =>8.7

7.2 Lecture graphique d'antécédent(s)

Exercice 36.

Antécédents Soit une fonction f définie sur l'intervalle $[-5; 4]$ dont la représentation graphique est donnée ci-dessous.



Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes :

1. Donner les antécédents éventuels de 3 par f.

2. Donner les antécédents éventuels de 0 par f.

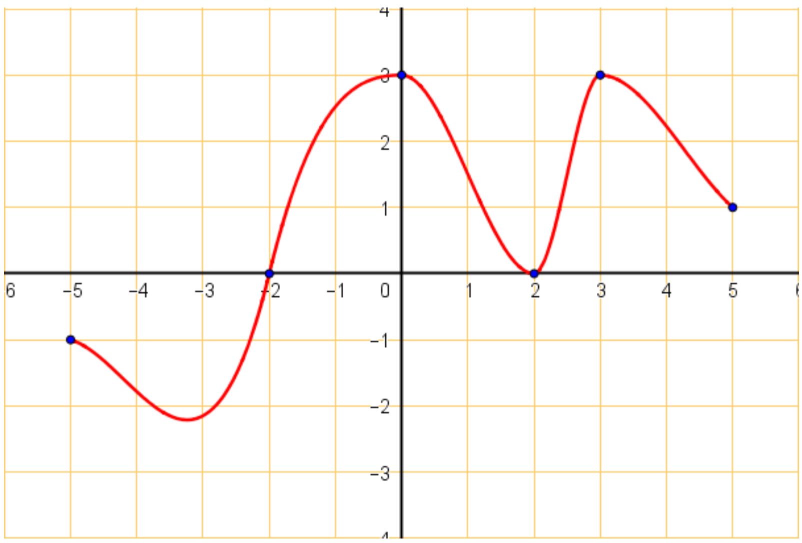
3. Donner les antécédents éventuels de -3 par f.

4. Peut-on dire que le nombre -1 admet 3 antécédents par f ?

Solution : Cliquer ici =>8.7

Exercice 37.

Antécédents Soit une fonction f définie sur l'intervalle $[-5; 5]$ dont la représentation graphique est donnée ci-dessous.



Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes :

1. Donner les antécédents éventuels de 0 par f.

2. Donner les antécédents éventuels de $3,5$ par f.

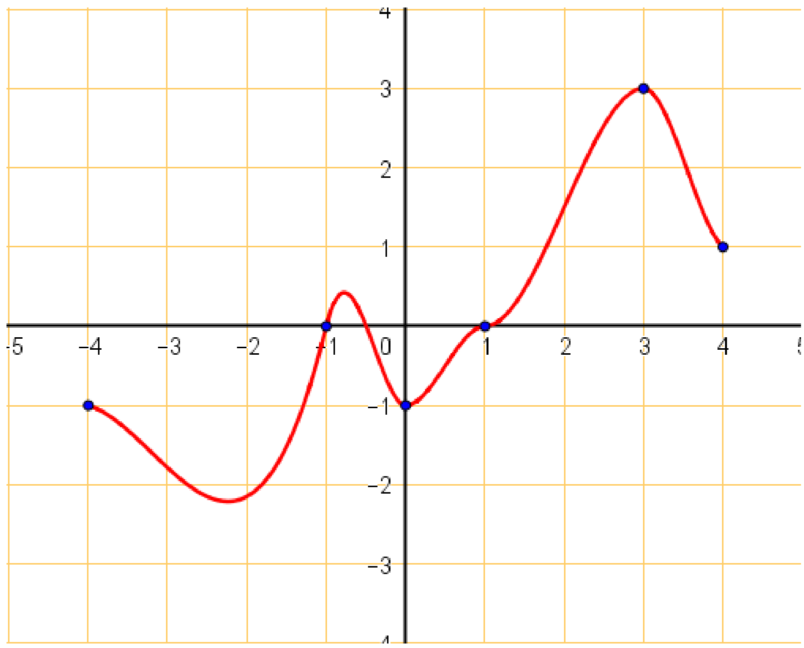
3. Donner les antécédents éventuels de 3 par f.

4. Peut-on dire que le nombre 2 admet 3 antécédents par f ?

Solution : Cliquer ici =>8.7

Exercice 38.

Images/Antécédents Soit une fonction f définie sur l'intervalle $[-4; 4]$ dont la représentation graphique est donnée ci-dessous.



Par lecture graphique, répondre par vrai ou faux à chaque affirmation suivante :

1. L'image de 0 par f est 1.

☐ vrai ☐ faux

2. Le nombre 0 a trois antécédents par f.

☐ vrai ☐ faux

3. Le nombre 0 a trois images par f.

☐ vrai ☐ faux

4. Le nombre 4 est un des antécédents du nombre 1 par f.

☐ vrai ☐ faux

5. Le nombre -3 n'a pas d'image par f.

☐ vrai ☐ faux

6. le nombre -3 n'a pas d'antécédent par f.

☐ vrai ☐ faux

7. L'image de 3 par f est 3 et le seul antécédent de 3 par f est 3.

☐ vrai ☐ faux

Solution : Cliquer ici =>8.7

Exercice 39.

On a tracé ci-contre la courbe représentative de la fonction f.

Compléter les phrases suivantes et pour chacune d'entre-elles, écrire à la suite, la ou les égalités correspondantes de la forme $f(x) = y$:

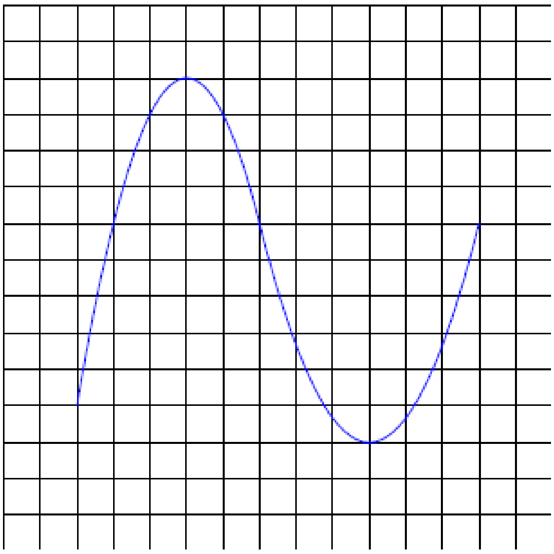
1) ....est l'image de 0 par ....;

2) .... sont les antécédents de 2 par ....

3) -1 a pour antécédents ... par f ;

4) L'abscisse du point de la courbe représentative de f d'ordonnée -7 est .... ;

5) Le point de coordonnées $(-3; ....)$ appartient à la courbe représentative de f;



Solution : Cliquer ici =>8.7

7.3 Programme de calculs

Exercice 40.

On considère les quatre programmes de calculs suivants :

PROGRAMME A	PROGRAMME B
• Choisir un nombre • Ajouter 3 • Prendre le double	• Choisir un nombre • Prendre le double • Ajouter 3
PROGRAMME C • Choisir un nombre • Ajouter 2 • Prendre le triple	**PROGRAMME D** • Choisir un nombre • Prendre le triple • Ajouter 2

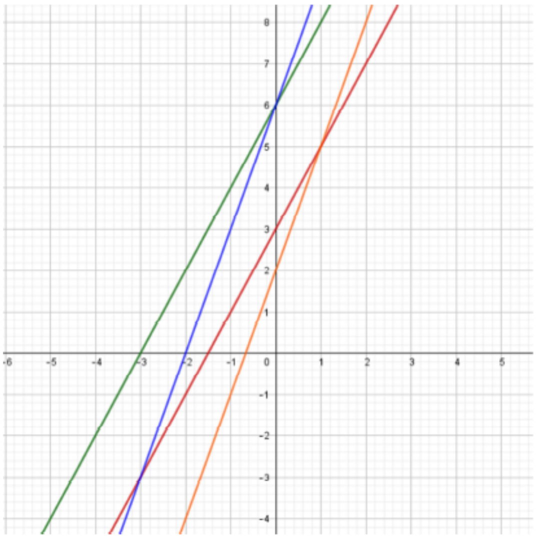
1) On choisit 5 comme nombre de départ, quel nombre d'arrivée obtient-on avec chacun de ces programmes ? Même question avec -1 comme nombre de départ.

2) Quels nombres de départ ont été choisis pour obtenir 24 comme nombre d'arrivée avec chacun de ces programmes ?

3) Soit x le nombre de départ choisi, écrire l'expression des quatre fonctions a, b, c et d

permettant d'obtenir le nombre d'arrivée correspondant respectivement aux programmes A, B, C et D.

4) Calculer $a(0)$, $b(0)$, $c(0)$ et $d(0)$ et reconnaitre parmi les droites ci-dessous celle représentant la fonction a, b, c et d.



Solution : Cliquer ici =>8.7

Exercice 41.

1) Ecrire l'expression d'une fonction f, qui au côté x en cm (avec $x \geqslant 0$) d'un carré associe son périmètre en cm, puis celle d'une fonction g qui au côté x en cm d'un carré associe son aire en cm^2.

$f(x) =$ $\qquad$ $g(x) =$

2) En utilisant les expressions ci-dessus, calculer le périmètre et l'aire d'un carré de côté 2,5 cm.

3) Quel est le côté d'un carré de périmètre 9 cm, puis celui d'un carré d'aire 9 cm^2.

Solution : Cliquer ici =>•

8 Solutions des exercices

8.1 Thème n°1 : Ecriture fractionnaire

Exercice 1

a) 25% de 80 valent 20.
b) 40% de 12 valent 4,8.
c) 60% de 360 valent 600.
d) 200% de 9,2 valent 18,4.
e) 75 % de 44 valent 33.
f) 300% de 0,2 valent 0,6.
g) 50% de 40% de 20 valent 4.
h) 20% de 50% de 100 valent 10.
i) 25% de 10 % de 88 valent 2,2.
j) 50% de 200% de 1 valent 1.

Retour à l'exercice =>1

Exercice 2

a) Le cinquième de 100 vaut 20. b) La moitié du tiers de 30 vaut 5. c) Le tiers du quart de 120 vaut 10. d) Le cinquième du tiers de 900 vaut 60. e) Le quart du dixième de 200 vaut 5.

f) Le cinquième du cinquième de 75 vaut 3.

Retour à l'exercice =>2

Exercice 3

Proportion de 75%: a - f - h - k.

Proportion du tiers: b - d - i - l.

Proportion de 40%: c - e - g - j

Retour à l'exercice =>3

Exercice 4

1. a) $450 = 2\times 225 = 2\times 3\times 75 = 2\times 3^2\times 25 = 2\times 3^2\times 5^2$

$180 = 2\times 90 = 2^2\times 45 = 2^2\times 3\times 15 = 2^2\times 3^2\times 5$

b) $\dfrac{180}{450} = \dfrac{2^2\times 3^2\times 5}{2\times 3^2\times 5^2} = \dfrac{2}{5}$.

2. Simplifier les fractions suivantes

$A = \dfrac{25}{15} = \dfrac{5\times 5}{3\times 5} = \dfrac{5}{3}$ $\qquad B = \dfrac{56}{28} = \dfrac{7\times 2^3}{7\times 2^2} = 2$ ou $B = \dfrac{2\times 28}{28} = 2$

$C = \dfrac{16}{48} = \dfrac{2^4}{2^4\times 3} = \dfrac{1}{3}$ ou $C = \dfrac{16}{3\times 16} = \dfrac{1}{3}$

$D = \dfrac{330}{420} = \dfrac{2\times 3\times 5\times 11}{2^3\times 5\times 11} = \dfrac{3}{4}$ ou $D = \dfrac{3\times 110}{4\times 110} = \dfrac{3}{4}$

$E = \dfrac{128}{36} = \dfrac{2^7}{2^2\times 3^2} = \dfrac{2^5}{3^2} = \dfrac{32}{9}$ ou $E = \dfrac{2\times 64}{2\times 18} = \dfrac{2\times 32}{2\times 9} = \dfrac{32}{9}$.

Retour à l'exercice =>4

Exercice 5

$A = \dfrac{4}{3} - \dfrac{7}{3} = \dfrac{4-7}{3} = -\dfrac{3}{3} = -1$ $\qquad B = \dfrac{4}{5} + \dfrac{5}{2} = \dfrac{8+25}{10} = \dfrac{33}{10}$

$C = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{-2+1}{4} = -\dfrac{1}{4}$

$D = -\dfrac{1}{5} - \dfrac{2}{15} = \dfrac{-3-2}{15} = \dfrac{-5}{15} = -\dfrac{1}{3}$

$E = 4 - \dfrac{5}{7} = \dfrac{28-5}{7} = \dfrac{23}{7}$

$F = \dfrac{3}{4}\times\dfrac{5}{7} = \dfrac{3\times 5}{4\times 7} = \dfrac{15}{28}$ $\qquad G = -\dfrac{5}{8}\times\dfrac{4}{-15} = +\dfrac{5\times 4}{2\times 4\times 3\times 5} = \dfrac{1}{6}$

$H = 14\times\left(-\dfrac{5}{21}\right) = -\dfrac{2\times 7\times 5}{3\times 7} = -\dfrac{10}{3}$ $\qquad I = -\dfrac{2}{3}\div\dfrac{4}{5} = -\dfrac{2}{3}\times\dfrac{5}{4} = -\dfrac{2\times 5}{3\times 2\times 2} = -\dfrac{5}{6}$

$J = \dfrac{4}{5}\div\left(-\dfrac{8}{15}\right) = -\dfrac{4}{5}\times\dfrac{15}{8} = -\dfrac{4\times 3\times 5}{5\times 2\times 4} = -\dfrac{3}{2}$

Retour à l'exercice =>5

Exercice 6

$K = \dfrac{13}{14} - \dfrac{1}{15}\times\dfrac{10}{7} = \dfrac{13}{14} - \dfrac{2}{21} = \dfrac{13\times 3 - 2\times 2}{2\times 3\times 7} = \dfrac{39-4}{2\times 3\times 7} = \dfrac{35}{2\times 3\times 7} = \dfrac{5\times 7}{2\times 3\times 7} = \dfrac{5}{6}$

$L=\dfrac{\dfrac{4}{3}-\dfrac{3}{2}}{1-\dfrac{1}{3}}=\dfrac{\dfrac{8-9}{6}}{\dfrac{3-1}{3}}=\dfrac{-\dfrac{1}{6}}{\dfrac{2}{3}}=-\dfrac{1}{6}\div\dfrac{2}{3}=-\dfrac{1}{6}\times\dfrac{3}{2}=-\dfrac{1}{4}$

$M=\dfrac{1+\dfrac{1}{2}}{\dfrac{1}{4}-3}=\dfrac{2+1}{2}\div\dfrac{1-12}{4}=\dfrac{3}{2}\times\left(-\dfrac{4}{11}\right)=-\dfrac{6}{11}$

$N=\dfrac{3}{4}-\dfrac{1}{2}\times\dfrac{5}{6}=\dfrac{9}{12}-\dfrac{5}{12}=\dfrac{4}{12}=\dfrac{1}{3}$

$O=\left(\dfrac{3}{4}-\dfrac{1}{2}\right)\times\dfrac{5}{6}=\left(\dfrac{3-2}{4}\right)\times\dfrac{5}{6}=\dfrac{1}{4}\times\dfrac{5}{6}=\dfrac{5}{24}$

$P=3-3\div\dfrac{9}{2}=3-3\times\dfrac{2}{9}=3-\dfrac{2}{3}=\dfrac{9-2}{3}=\dfrac{7}{3}$

$Q=\left(\dfrac{3}{8}\right)^2-\dfrac{1}{8}=\dfrac{9}{64}-\dfrac{8}{64}=\dfrac{1}{64}$

$R=\left(\dfrac{3}{5}\right)^2\div\dfrac{9}{20}=\dfrac{9}{25}\times\dfrac{20}{9}=\dfrac{5\times4}{5\times5}=\dfrac{4}{5}$

$T=6-4\times\left(\dfrac{1}{4}-1\right)^2=6-4\times\left(\dfrac{1-4}{4}\right)^2=6-4\times\left(-\dfrac{3}{4}\right)^2=6-4\times\dfrac{9}{16}=6-\dfrac{9}{4}=\dfrac{24-9}{4}=\dfrac{15}{4}$

$U=-\dfrac{3}{5}-\left(-\dfrac{2}{3}+\left(\left(\dfrac{3}{4}-\dfrac{2}{5}\right)-\left(\dfrac{4}{5}-\dfrac{7}{4}\right)\right)-\dfrac{7}{5}\right)=-\dfrac{3}{5}-\left(-\dfrac{2}{3}+\dfrac{3}{4}-\dfrac{2}{5}-\dfrac{4}{5}+\dfrac{7}{4}-\dfrac{7}{5}\right)$

$U=-\dfrac{3}{5}+\dfrac{2}{3}-\dfrac{3}{4}+\dfrac{2}{5}+\dfrac{4}{5}-\dfrac{7}{4}+\dfrac{7}{5}=\dfrac{-3+2+4+7}{5}+\dfrac{2}{3}-\dfrac{3+7}{4}=\dfrac{10}{5}+\dfrac{2}{3}-\dfrac{5}{2}=2+\dfrac{4-15}{6}$

$U=\dfrac{12-11}{6}=\dfrac{1}{6}$

Retour à l'exercice =>6

Exercice 7

$x\in\mathbb{R},\ A=\dfrac{x}{2}-\dfrac{x}{3}=\dfrac{3x-2x}{6}=\dfrac{x}{6}$

$x\in\mathbb{R},\ B=\dfrac{x}{3}-\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{5x-3(x-1)}{15}=\dfrac{5x-3x+3}{15}=\dfrac{2x+5}{15}$

$x\in\mathbb{R},\ C=\dfrac{x}{2}\times\dfrac{x}{3}=\dfrac{x^2}{6}$

$x\in\mathbb{R},\ D=\dfrac{x}{2}\times\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{x^2-x}{6}$

$x\in\mathbb{R},\ E=2\times\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{2(x-1)}{6}=\dfrac{2(x-1)}{2\times3}=\dfrac{x-1}{3}$

$x\in\mathbb{R},\ F=3x\times\dfrac{x}{6}=\dfrac{3x\times x}{3\times2}=\dfrac{x^2}{2}$

$x\in\mathbb{R}\setminus\{0\},\ G=\dfrac{\dfrac{x}{2}}{\dfrac{x}{3}}=\dfrac{x}{2}\times\dfrac{3}{x}=\dfrac{3}{2}$

$x\in\mathbb{R}\setminus\{1\},\ H=\dfrac{\dfrac{x}{2}}{\dfrac{x-1}{3}}=\dfrac{x}{2}\times\dfrac{3}{x-1}=\dfrac{3x}{2(x-1)}$

$I=\dfrac{\frac{x}{2}}{3}=\dfrac{x}{2}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{x}{6}$

$J=\dfrac{x}{\frac{2}{3}}=x\times\dfrac{3}{2}=\dfrac{3x}{2}$

$x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}, K=\dfrac{2}{\frac{x}{3}}=2\times\dfrac{3}{x}=\dfrac{6}{x}$

$x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}, L=\dfrac{\frac{2}{x}}{3}=\dfrac{2}{x}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{3x}$

$x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}, M=\dfrac{2}{\frac{3}{x}}=2\times\dfrac{x}{3}=\dfrac{2x}{3}$

$x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}, N=\dfrac{\frac{2}{3}}{x}=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{x}=\dfrac{2}{3x}$

Retour à l'exercice =>7

Exercice 8

Problème 1 :

- Soit x la production totale en kg.
- Après avoir écoulé les $\dfrac{2}{3}$ à la coopérative, soit $\dfrac{2}{3}x$ kg, il lui reste $x-\dfrac{2}{3}x=\dfrac{3}{3}x-\dfrac{2}{3}x=\dfrac{1}{3}x$ kg.

Il en écoule la moitié sur le marché local, il lui reste l'autre moitié $(1-\dfrac{1}{2})\times\dfrac{1}{3}x=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}x=\dfrac{1}{6}x$ kg.

Cela représente 500 kg, on a donc $\dfrac{1}{6}x=500$

Ainsi $x=500\div\dfrac{1}{6}$; $x=500\times6; x=3000$

- Sa production totale était de 3 tonnes.

Problème 2 :

- Soit x la longueur du rectangle, en cm.
- D'après l'énoncé, sa largeur vaut $\dfrac{4}{7}x$ et son demi-périmètre vaut 33 cm.

On obtient alors $x+\dfrac{4}{7}x=33$, équation successivement équivalente à :

$\dfrac{7}{7}x+\dfrac{4}{7}x=33$; $\dfrac{11}{7}x=33$; $x=33\div\dfrac{11}{7}$; $x=33\times\dfrac{7}{11}$; $x=21$

Sa longueur mesure 21 cm, sa largeur mesure alors $\dfrac{4}{7}\times21=12$ cm.

Aire du rectangle = Longueur × largeur = 21×12 = 252

- Son aire mesure donc 252 cm².

Problème 3 :

- Soit x le nombre cherché.
- Le numérateur de la fraction modifiée est $5-x$, son dénominateur est $3-x$, pour $x\neq3$.

On obtient alors $\dfrac{5-x}{3-x}=\dfrac{3}{5}$, équation successivement équivalente pour $x\neq3$ à

$5(5-x)=3(3-x)$; $25-5x=9-3x$; $25-9=5x-3x$; $2x=16$; $x=16\div2$; $x=8$

• Le nombre cherché est 8.

Retour à l'exercice =>8

Exercice 9

Tessa a raison. Tom a fait une erreur en ne divisant que le premier terme du numérateur, $2x$, par 2.

Il aurait du aussi diviser 6 par 2.

Pour aller plus vite, il est inutile de développer le numérateur. On peut simplifier par 2 directement: $\frac{(x+3)\times2}{2}=x+3$.

Retour à l'exercice =>9

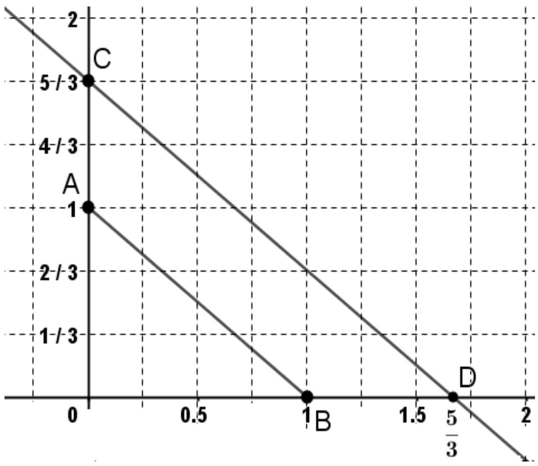
Exercice 10

On trace notre droite graduée de telle sorte que: 1 unité =4 cm, puis on trace un autre axe passant par l'origine 0 en choisissant 1 unité = 3 cm.

Il est alors facile de trouver le point C qui correspond à $\frac{5}{3}$.

On trace alors la parallèle à (AB) passant par C.

Elle coupe notre droite graduée en D qui correspond à l'abscisse $\frac{5}{3}$.



Retour à l'exercice =>10

Exercice 11

La première prend les $\frac{4}{9}$ de cette somme. Il reste $\frac{5}{9}$.

La deuxième prend alors: $\frac{5}{9}\times\frac{2}{3}=\frac{10}{27}$ de la somme de départ. Il reste: $\frac{5}{9}-\frac{10}{27}=\frac{15}{27}-\frac{10}{27}=\frac{5}{27}$.

La troisième prend alors: $\frac{5}{27}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$.

Il reste alors: $\frac{5}{27}-\frac{1}{9}=\frac{5}{27}-\frac{3}{27}=\frac{2}{27}$ de la somme initiale pour la quatrième personne.

Retour à l'exercice =>11

8.2 Thème n°2 : Calculs avec des puissances

Exercice 12

a) $3^2=6$ Faux $3^2=3\times3=9$

b) $2\times3^4=6^4$ Faux $2\times3^4=2\times3\times3\times3\times3=162$ et $6^4=6\times6\times6\times6=1296$

c) $2^3=3^2$ Faux $2^3=2\times2\times2=8$ et $3^2=3\times3=9$

d) $2^4\times3^4=6^4$ Vrai $2^4\times3^4=(2\times3)^4=6^4$

e) $\dfrac{1}{2^{10}}=10^{-2}$ Faux $\dfrac{1}{2^{10}}=\dfrac{1}{2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2}=\dfrac{1}{1024}$ et $10^{-2}=0,01$

f) $\dfrac{9^3}{9^2}=3^2$ Vrai $\dfrac{9^3}{9^2}=9^{3-2}=9=3^2$

g) $\dfrac{1}{3^{-1}}=-3$ Faux $\dfrac{1}{3^{-1}}=3^1=3$

h) $\dfrac{1}{10^{-3}}=10^3$ Vrai

i) $\dfrac{2^{-4}}{3^{-2}}=\dfrac{3^2}{2^4}$ Vrai

j) $2^4-2^3=2^3$ Vrai $2^4-2^3=16-8=8=2^3$

Retour à l'exercice =>12

Exercice 13

1) Donner le signe des nombres suivants : $3^2>0$; $2^3>0$; $3^{-2}>0$; $2^{-3}>0$; $(-3)^2>0$; $(-2)^3<0$; $-3^2<0$; $-2^3<0$.

2) Donner le signe des nombres suivants : $(-1)^{1000}>0$; $(-1)^{1001}<0$; $-1^{1000}<0$; $-1^{1001}<0$.

Retour à l'exercice =>13

Exercice 14

Ecrire sous forme irréductible les fractions suivantes.

$$A=\frac{7^3\times2^4\times3^5}{2^6\times7^2\times3^2}=\frac{7\times3^3}{2^2}=\frac{7\times27}{4}=\frac{189}{4}$$

$$B=\frac{(3\times5)^3\times2^{-2}}{3^6\times11^{-3}\times5^2}=\frac{3^3\times5^3\times2^{-2}}{3^6\times11^{-3}\times5^2}=\frac{5\times11^3}{3^3\times2^2}=\frac{5\times1331}{27\times4}=\frac{6655}{108}$$

$$C=\frac{10^7}{2^5\times5^4}=\frac{(2\times5)^7}{2^5\times5^4}=\frac{2^7\times5^7}{2^5\times5^4}=2^2\times5^3=4\times125=500$$

$$D=\frac{(13^3)^{-2}\times2^{-4}}{26^{-5}}=\frac{13^{-6}\times2^{-4}}{(2\times13)^{-5}}=\frac{13^{-6}\times2^{-4}}{2^{-5}\times13^{-5}}=\frac{2}{13}$$

Retour à l'exercice =>14

Exercice 15

Écrire les nombres suivants sous forme de produit ou quotient de puissances de nombres premiers puis simplifier.

$$A=\left(\frac{2}{3}\right)^{11}\times\left(\frac{3}{2}\right)^{10}=\frac{2^{11}\times3^{10}}{3^{11}\times2^{10}}=\frac{2}{3}$$

$$B=3^4\times(-0,6)^3\times10^{-2}=3^4\times\left(-\frac{3}{5}\right)^3\times(2\times5)^{-2}=-\frac{3^4\times3^3\times2^{-2}\times5^{-2}}{5^3}=-\frac{3^7}{2^2\times5^5}$$

$$C=\frac{(2^5)^3\times4}{(-8)^4}=\frac{2^{15}\times2^2}{(2^3)^4}=\frac{2^{17}}{2^{12}}=2^5$$

$$D=(-3^2\times5)^5=-(3^2)^5\times5^5=-3^{10}\times5^5$$

$$E=\frac{15^2\times20^3}{45^2\times6^7}=\frac{(3\times5)^2\times(2^2\times5)^3}{(3^2\times5)^2\times(2\times3)^7}=\frac{3^2\times5^2\times2^6\times5^3}{3^4\times5^2\times2^7\times3^7}=\frac{5^3}{2\times3^9}$$

Retour à l'exercice =>15

8.3 Thème n°3 : Racine carrée

Exercice 16

a)$\sqrt{3}=9$ Faux! $\sqrt{9}=3$ b) $\sqrt{16}=8$ Faux! $\sqrt{16}=4$ c) $\sqrt{3^2}=3$ Vrai!

d) $\sqrt{(-2)^2}=-2$ Faux! $\sqrt{(-2)^2}=\sqrt{4}=2$

e) $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ Vrai! $\sqrt{12}=\sqrt{4\times 3}=\sqrt{4}\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ f)$\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ Vrai! $\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{1\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

g) $\sqrt{\dfrac{3}{4}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ Vrai! $\sqrt{\dfrac{3}{4}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ h) $\sqrt{9+4}=3+2$ Faux! $\sqrt{9+4}=\sqrt{13}$

i) $\sqrt{2^2+1}=3$ Faux! $\sqrt{2^2+1}=\sqrt{5}$

Retour à l'exercice =>16

Exercice 17

$A=\sqrt{27}=\sqrt{9\times 3}=\sqrt{9}\times\sqrt{3}=3\sqrt{3}$ $B=\sqrt{200}=\sqrt{100\times 2}=10\sqrt{2}$

$C=\sqrt{20}=\sqrt{4\times 5}=2\sqrt{5}$ $D=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$ $E=\sqrt{98}=7\sqrt{2}$

Retour à l'exercice =>17

Exercice 18

$A=2\sqrt{3}\times 6\sqrt{3}=12\times(\sqrt{3})^2=12\times 3=36$ $B=2\sqrt{5}\times 4\sqrt{15}=8\times\sqrt{5}\times\sqrt{3}\times\sqrt{5}=40\sqrt{3}$

$C=2\sqrt{3}-5\sqrt{3}+\sqrt{3}=(2-5+1)\sqrt{3}=-2\sqrt{3}$

$D=\sqrt{45}+2\sqrt{5}-3\sqrt{20}=3\sqrt{5}+2\sqrt{5}-3\times 2\sqrt{5}=-\sqrt{5}$

$E=\dfrac{3\sqrt{20}}{\sqrt{10}}=\dfrac{3\times\sqrt{2}\times\sqrt{10}}{\sqrt{10}}=3\sqrt{2}$ $F=\dfrac{3}{\sqrt{27}}\times\sqrt{75}=\dfrac{3}{3\sqrt{3}}\times 5\sqrt{3}=5$

$G=\dfrac{2\sqrt{10}}{\sqrt{25}}\times\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{5}\times\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\dfrac{12}{5}$ $H=2\sqrt{(-3)^2}-\left(\dfrac{3}{\sqrt{2}}\right)^2=2\times 3-\dfrac{9}{2}=\dfrac{3}{2}$

Retour à l'exercice =>18

Exercice 19

$A=\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ $B=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{2}\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{14}}{7}$

$C=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}=\dfrac{(3+\sqrt{5})\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{(3+\sqrt{5})\times\sqrt{3}}{6}$

Retour à l'exercice =>19

8.4 Thème n°4 : Développements

Exercice 20:

$A=3(1-x)+2(3x-2)$

$A=3\times1-3\times x+2\times3x-2\times2$

$A=3-3x+6x-4$

$A=3x-1$

$B=-6(a-b)+2(2b-a)-8(1,25b-a)$

$B=-6\times a-6\times(-b)+2\times2b-2\times a-8\times1,25b-8\times(-a)$

$B=-6a+6b+4b-2a-10b+8a$

$B=0$

$C=(2x+y)(z-3t)-(x-y)(2z+3t)$

$C=2x\times z-2x\times3t+\mathrm{yz}-y\times3t-(x\times2z+x\times3t-y\times2z-y\times3t)$

$C=2xz-6xt+yz-3yt-(2xz+3xt-2yz-3yt)$

$C=2xz-6xt+yz-3yt-2xz-3xt+2yz+3yt$

$C=-9xt+3yz$

D = 3 (a − b + 3) (b − 3)

$D=(3\times a-3\times b+3\times3)(b-3)$

$D=(3a-3b+9)(b-3)$

$D=3a\times b-3a\times3-3b\times b-3b\times(-3)+9\times b-9\times3$

$D=3ab-9a-3b^2+9b+9b-27$

$D=-3b^2-9a+18b+3ab-27$

Retour à l'exercice =>20

Exercice 21:

1) $(x+10)^2=x^2+20x+100$

2) $(x+9)(x-9)=x^2-81$

3) $(x+8)^2=x^2+16x+64$ Il y a d'autres possibilités

$(2x+4)^2=4x^2+16x+16$

$(4x+2)^2=16x^2+16x+4$ etc...

4) $(3x-1)(3x+1)=9x^2-1$

5) $(9x-2)^2=81x^2-36x+4$

Retour à l'exercice =>21

Exercice 22:

$A=5(x+3)=5\times x+5\times3=5x+15$

$B=7(2x-1)=7\times2x-7\times1=14x-7$

$C=(2x+3)(4x+1)=2x\times4x+2x\times1+3\times4x+3\times1=8x^2+2x+12x+3=8x^2+14x+3$

$D=(5x+1)(2x-4)=5x\times 2x+5x\times(-4)+1\times 2x-1\times 4=10x^2-20x+2x-4=10x^2-18x-4$

$E=(2x-5)(4x-3)=2x\times 4x+2xx\times(-3)-5\times 4x-5\times(-3)=8x^2-6x-20x+15=8x^2-26x+15$

$F=(8x-12)^2=(8x)^2-2\times 8x\times 12+12^2=64x^2-192x+144$

$G=(4x+6)^2=(4x)^2+2\times 4x\times 6+6^2=16x^2+48x+36$

$H=(10z+4)(10z-4)=(10z)^2-4^2=100z^2-16$

$I=(3x-7)(3x+7)=(3x)^2-7^2=9x^2-49$

$J=(7+9t)^2=7^2+2\times 7\times 9t+(9t)^2=49+126t+81t^2$

$K=\left(\frac{1}{2}x+3\right)^2=\left(\frac{1}{2}x\right)^2+2\times\frac{1}{2}x\times 3+3^2=\frac{1}{4}x^2+3x+9$

$L=-2\left(6-\frac{1}{5}x\right)^2=-2\left(6^2-2\times 6\times\frac{1}{5}x+\left(\frac{1}{5}x\right)^2\right)=-2\left(36-\frac{12}{5}x+\frac{1}{25}x^2\right)=-72+\frac{24}{5}x-\frac{2}{25}x^2$

$M=4-(2x-7)(2x+7)=4-((2x)^2-7^2)=4-(4x^2-49)=4-4x^2+49=-4x^2+53$

$N=(5x-7)^2+(9x+4)^2=((5x)^2-2\times 5x\times 7+7^2)+((9x)^2+2\times 9x\times 4+4^2)$

$N=25x^2-70x+49+81x^2+72x+16=106x^2+2x+65$

$O=6(5x+2)+(x+8)(5x+2)=6\times 5x+6\times 2+x\times 5x+x\times 2+8\times 5x+8\times 2$

$O=30x+12+5x^2+2x+40x+16=5x^2+72x+28$

Retour à l'exercice =>22

Exercice 23:

$A=(3-\sqrt{2})^2=3^2-2\times 3\times\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2=9-6\sqrt{2}+2=11-6\sqrt{2}$

$B=(4+2\sqrt{3})^2=4^2+2\times 4\times 2\sqrt{3}+(2\sqrt{3})^2=16+16\sqrt{3}+12=28+16\sqrt{3}$

$C=(4x+\sqrt{5})(4x-\sqrt{5})=(4x)^2-(\sqrt{5})^2=16x^2-5$

$D=(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2=(\sqrt{2})^2-2\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2=2-2\sqrt{6}+3=5-2\sqrt{6}$

Retour à l'exercice =>23

Exercice 24:

1) $f(x)=-6(x+3)^2+2(3x-1)(x+1)$

$f(x)=-6(x+3)^2+2(3x-1)(x+1)$

$f(x)=-6(x^2+2\times x\times 3+3^2)+(2\times 3x-2\times 1)(x+1)$

$f(x)=-6(x^2+6x+9)+(6x-2)(x+1)$

$f(x)=-6\times x^2-6\times 6x-6\times 9+6x\times x+6x\times 1-2\times x-2\times 1$

$f(x)=-6x^2-36x-54+6x^2+6x-2x-2$

$f(x)=-32x-56$

2) $f(3)=-32x\times 3-56=-96-56=-152$

$f\left(-\frac{1}{4}\right)=-32\times\left(-\frac{1}{4}\right)-56=8-56=-48$

3) $f(x)=10\Leftrightarrow-32x-56=10\Leftrightarrow-32x=10+56\Leftrightarrow-32x=66\Leftrightarrow x=-\frac{66}{32}=-\frac{33}{16}$

Retour à l'exercice =>24

8.5 Thème n°5 : Factorisations

8.5.1 Premier degré

Exercice 25: En changeant le nom de la variable

a. $5x+5=5\,x+5\times1=5\,(x+1)$

b. $4a+4=4\,a+4\times1=4(a+1)$

c. $3b+3=3\,b+3\times1=3\,(b+1)$

d. $6c+6=6\,c+6\times1=6\,(c+1)$

Retour à l'exercice =>25

Exercice 26: En changeant la place de la variable

a. $2x+2=2\,x+2\times1=2\,(x+1)$

b. $2+2x=2\times1+2\times x=2(1+x)$

c. $7a+7=7\times a+7\times1=7\,(a+1)$

d. $7+7a=7\times1+7\times a=7\,(1+a)$

Retour à l'exercice =>26

Exercice 27: Gestion des signes

a. $8a+8=8\times a+8\times1=8\,(a+1)$

b. $8a-8=8\times a+8\times(-1)=8\,(a-1)$

c. $-8a+8=-8\times a+(-8)\times(-1)=-8\,(a-1)$

ou -8a+8 $=8-8a=8\times1+8\times(-1)=8\,(1-a)$

d. $-8a-8=-8\times a+(-8)\times1=-8\,(a+1)$

Retour à l'exercice =>27

Exercice 28: Avec des multiples

a. $5x+10=5\times x+5\times2=5\,(x+2)$

b. $5+10x=5\times1+5\times2x=5\,(1+2x)$

c. $9a+3=3\times3a+3\times1=3\,(3a+1)$

d. $9a+6=3\times3a+3\times2=3\,(3a+2)$

e. $25x-10=5\times5x-5\times2=5\,(5x-2)$

$f.\quad -15+10x=-5\times3+(-5)\times(-2x)=-5\,(3-2x)$

g. $18a+3=3\times6a+3\times1=3\,(6\,a+1)$

$h.\quad 14+28x=7\times2+7\times4x=7\,(2+4\,x)$

$i.$ $4\,(x+2)+3\,(x+2)=(x+2)\,(4+3)=7(x+2)$

j. $(2x-2)\times3-(4-4x)=2\,(x-1)\times3-4(1-x)=6(x-1)+4(x-1)=(x-1)(6+4)=10(x-1)$

k. $5\,(3x-2)-3(4-6x)=5\,(3x-2)-3\times2(2-3x)=5\,(3x-2)+6(-2+3x)=(3x-2)\,(5+6)$
$=11(3x-2)$

Retour à l'exercice =>28

8.5.2 Second Degré

Exercice 29: Avec x et x^2

$a.\quad x^2+x=x\times x+x\times1=x\,(x+1)$

$b.\quad x-x^2=x\times1+x\times x=x\,(1-x)$

c. $5x^2+15x=5x\times x+5x\times3=5x(x+3)$

$d.\quad -21x+49x^2=7x\times(-3)+7x\times7x=7x\,(-3+7x)$

Retour à l'exercice =>29

Exercice 30: Avec des produits de deux polynômes du premier degré

$a.\quad (x+7)\,(x+3)+(x+7)(x-2)=(x+7)\,(x+3+x-2)=(x+7)\,(2x+1)$

b. $(2+x)(x-5)+(6-x)(x+2)=(2+x)\,(x-5+6-x)=(2+x)\times(1)=(2+x)$

c. $(x-7)\,(x+4)-(x+3)(7-x)=(x-7)\,(x+4)+(x+3)\,(-7+x)$
$=(x-7)\,(x+4+x+3)=(x-7)\,(2x+7)$

d. $(-x+3)(1+x)+(x-1)(x-3)=(3-x)\,(1+x)-(x-1)\,(-x+3)$
$=(3-x)\,(1+x)+(-x+1)\,(3-x)=(3-x)\,(1+x-x+1)=(3-x)\times(2)=2\,(3-x)$

e. $(3x+9)(6+4x)+(15+5x)(2x+3)=3\,(x+3)\times2\,(3+2x)+5\,(3+x)\,(2x+3)$
$=6(x+3)(3+2x)+5\,(3+x)(2x+3)=(x+3)(3+2x)\,(6+5)=11(x+3)\,(2x+3)$

f. $(2+4x)\,2x+(6x+3)=2\,(1+2x)\,2x+3\,(2x+1)=(1+2x)\,(4x+3)$

Retour à l'exercice =>30

Exercice 31: Le coup du « 1 » (ou du « -1 »)

a. $(x-3)(2x-1)+x-3=(x-3)\,(2x-1)+(x-3)\times1=(x-3)\,(2x-1+1)=(x-3)\,(2x)=2x\,(x-3)$

b. $4x\,(5x+6)+6+5x \;=\; (5x+6)\,4x+(5x+6)\times 1=(5x+6)\,(4x+1)$

c. $(4-2x)(x-1)+2x-4 \;=\; 2\,(2-x)\,(x-1)+2(x-2)=2\,(2-x)\,(x-1)-2\,(-x+2)$

$= (2-x)\,(2x-2-2) \;=\; (2-x)\,(2x-4)=2(2-x)\,(x-2)$

d. $x+(3-x)(4-12x)-3 \;=\; (3-x)\times 4\,(1-3x)+x-3 \;=\; (3-x)\times 4\,(1-3x)-(3-x)$

$= (3-x)\,(4-12x-1) \;=\; (3-x)(3-12x) \;=\; 3(3-x)\,(1-4x)$

Retour à l'exercice =>31

Exercice 32: Avec des identités remarquables

a. $x^2+2x+1 \;=\; (x+1)^2$

b. $x^2-4x+4 \;=\; (x-2)^2$

c. $12x+4x^2+9 \;=\; 4\,x^2+12x+9 \;=\; (2x+3)^2$

d. $18-12x+2x^2 \;=\; 2\,(9-6x+x^2) \;=\; 2\,(3-x)^2$

e. $x^2-1 \;=\; (x-1)\,(x+1)$

f. $9-4x^2 \;=\; (3-2x)\,(3+2x)$

g. $49-16x^2 \;=\; (7-4x)\,(7+4x)$

h. $-36+25x^2 \;=\; 25\,x^2-36=(5x)^2-6^2=(5\,x-6)\,(5\,x+6)$

i. $4x^2-9+2x+3 \;=\; (2x)^2-3^2+2x+3 \;=\; (2x-3)\,(2x+3)+2x+3 \;=\; (2x+3)\,(2x-3+1)$

$= (2x+3)\,(2x-2) \;=\; (2x+3)\times 2(x-1)=2\,(2x+3)\,(x-1)$

j. $16-4x^2-2x-4 \;=\; (4-2x)\,(4+2x)-(2x+4) \;=\; (4+2x)\,(4-2x-1) \;=\; 2\,(2+x)\,(3-2x)$

Retour à l'exercice =>32

8.6 Thème n°6 : Résolutions d'équations

Exercice 33

a) $4x-5=7x+4 \Leftrightarrow 4x-5+5=7x+4+5 \Leftrightarrow 4x=7x+9$

$\Leftrightarrow 4x-7x=7x-7x+9 \Leftrightarrow -3x=9 \Leftrightarrow \dfrac{-3x}{-3}=\dfrac{9}{-3} \Leftrightarrow x=-3.\qquad \mathcal{S}=\{-3\}$

b) $8-2x=4x+26 \Leftrightarrow \cancel{8}-2x\cancel{-8}-4x=\cancel{4x}+26-8\cancel{-4x} \Leftrightarrow -6x=18 \Leftrightarrow \dfrac{\cancel{-6}x}{\cancel{-6}}=\dfrac{18}{-6} \Leftrightarrow x=-3$

$\mathcal{S}=\{-3\}$

c) $5-2(3x+4)=4x+6 \Leftrightarrow 5-6x-8=4x+6 \Leftrightarrow -6x-3=4x+6 \Leftrightarrow -10x=9 \Leftrightarrow x=-\dfrac{9}{10}$

$\mathcal{S}=\left\{-\dfrac{9}{10}\right\}$

d) $2-(3-4x)=2(3-4x) \Leftrightarrow 2-3+4x=6-8x \Leftrightarrow 12x=7 \Leftrightarrow x=\dfrac{7}{12}\qquad \mathcal{S}=\left\{\dfrac{7}{12}\right\}$

e) Un produit de facteurs est nul ssi au moins l'un des facteurs est nul. On a donc:

$x(2x+6)=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $2x+6=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $x=-\dfrac{6}{2}=-3$ $\quad \mathcal{S}=\{-3;0\}$

f) $(4x+7)(3-7x)=0 \Leftrightarrow 4x+7=0$ ou $3-7x=0 \Leftrightarrow x=-\dfrac{7}{4}$ ou $x=\dfrac{3}{7}$ $\quad \mathcal{S}=\left\{-\dfrac{7}{4};\dfrac{3}{7}\right\}$

g) $x^2-8=0 \Leftrightarrow x^2-(\sqrt{8})^2=0 \Leftrightarrow (x-\sqrt{8})(x+\sqrt{8}=0) \Leftrightarrow x-\sqrt{8}=0$ ou $x+\sqrt{8}=0$

$\Leftrightarrow x=\sqrt{8}$ ou $x=-\sqrt{8}$ $\quad \mathcal{S}=\{-\sqrt{8};\sqrt{8}\}$

Une autre méthode: $x^2-8=0 \Leftrightarrow x^2=8 \Leftrightarrow x=-\sqrt{8}$ ou $x=\sqrt{8}$.

h) $x^2+10=0 \Leftrightarrow x^2=-10$ Cette équation n'admet pas de solution réelle car le carré d'un nombre réel est un nombre positif ou nul donc $\mathcal{S}=\varnothing$

i) $2(x-5)^2+8=8 \Leftrightarrow 2(x-5)^2=0 \Leftrightarrow (x-5)^2=\dfrac{0}{2} \Leftrightarrow (x-5)^2=0 \Leftrightarrow x-5=0 \Leftrightarrow x=5$ $\quad \mathcal{S}=\{5\}$

j) $3x^2-5x+7=7 \Leftrightarrow 3x^2-5x=0 \Leftrightarrow x(3x-5)=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $3x-5=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $x=\dfrac{5}{3}$

$\mathcal{S}=\left\{0;\dfrac{5}{3}\right\}$

k) $3(x+4)^2-7=2 \Leftrightarrow 3(x+4)^2=9 \Leftrightarrow (x+4)^2=\dfrac{9}{3} \Leftrightarrow (x+4)^2=3 \Leftrightarrow x+4=-\sqrt{3}$ ou $x+4=\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow x=-4-\sqrt{3}$ ou $x=-4+\sqrt{3}$ $\quad S=\{-4-\sqrt{3};-4+\sqrt{3}\}$

l) $4-2(x-1)^2=5 \Leftrightarrow -2(x-1)^2=1 \Leftrightarrow (x-1)^2=-\dfrac{1}{2}$. Cette équation n'admet pas de solution réelle donc $\mathcal{S}=\varnothing$.

m) $4x^2-9=0 \Leftrightarrow (2x)^2-3^2=0 \Leftrightarrow (2x-3)(2x+3)=0 \Leftrightarrow 2x-3=0$ ou $2x+3=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{3}{2}$ ou $x=-\dfrac{3}{2}$

$\mathcal{S}=\left\{-\dfrac{3}{2};\dfrac{3}{2}\right\}$

n) $\dfrac{5x-3}{4x+8}=0$. Une fraction est nulle ssi son numérateur est nul et son dénominateur différent de 0.

Déterminons dans un premier temps, l'ensemble de définition de cette équation.

$4x+8 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2$ donc x est un réel différent de 2.

A présent, résolvons cette équation.

Soit $x \neq 2$, $\dfrac{5x-3}{4x+8}=0 \Leftrightarrow 5x-3=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{3}{5}$.

$\mathcal{S}=\left\{\dfrac{3}{5}\right\}$

o) $(2x+1)^2=0 \Leftrightarrow 2x+1=0 \Leftrightarrow 2x=-1 \Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{2}$ $\quad \mathcal{S}=\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$

p) $(5-x)(x+5)=9 \Leftrightarrow 25-x^2=9 \Leftrightarrow -x^2=9-25 \Leftrightarrow -x^2=-16 \Leftrightarrow x^2=16 \Leftrightarrow x=4$ ou $x=-4$ $\quad \mathcal{S}=\{-4;4\}$

q) $6(1+4x)+(4x-3)^2=19 \Leftrightarrow 6\times 1+6\times 4x+(4x)^2-2\times 4x\times 3+3^2=19 \Leftrightarrow 6+24x+16x^2-24x+9=19 \Leftrightarrow$

$6+16x^2+9-19=0 \Leftrightarrow 16x^2-4=0 \Leftrightarrow (4x-2)(4x+2)=0$

Un produit est nul si au moins un des facteurs est nul

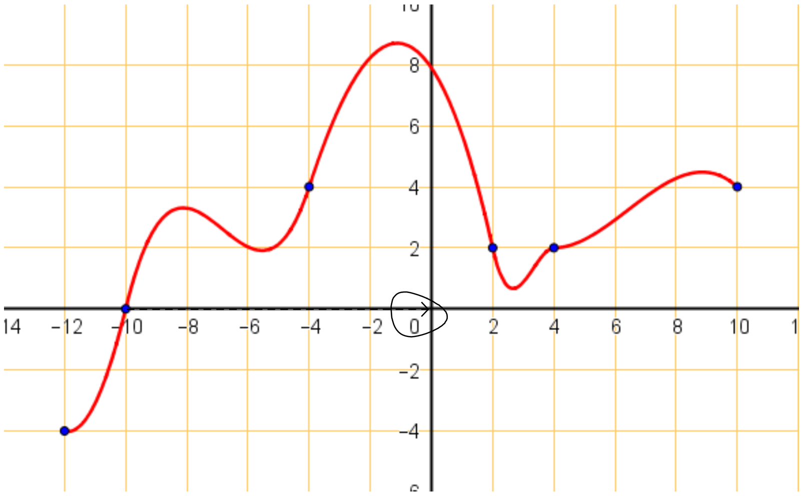
On a donc $4x-2=0$ ou $4x+2=0 \Leftrightarrow x=-0,5$ ou $x=0,5$ $\quad \mathcal{S}=\{-0,5;0,5\}$

Retour à l'exercice =>33

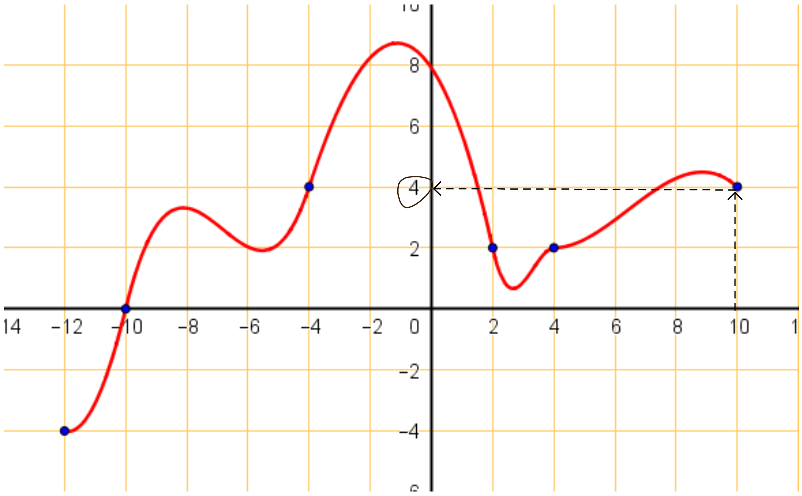
8.7 Thème n°7: Fonctions

Exercice 34.

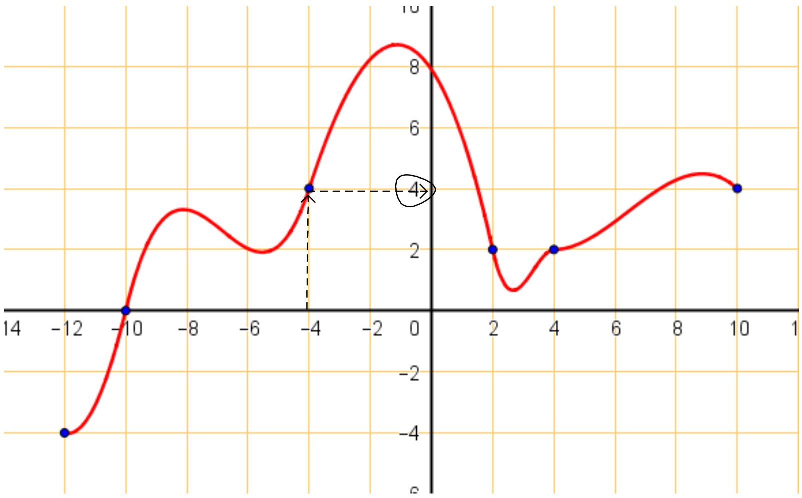
1. L'image de -10 par f est 0.



2. $f(10) = 4$



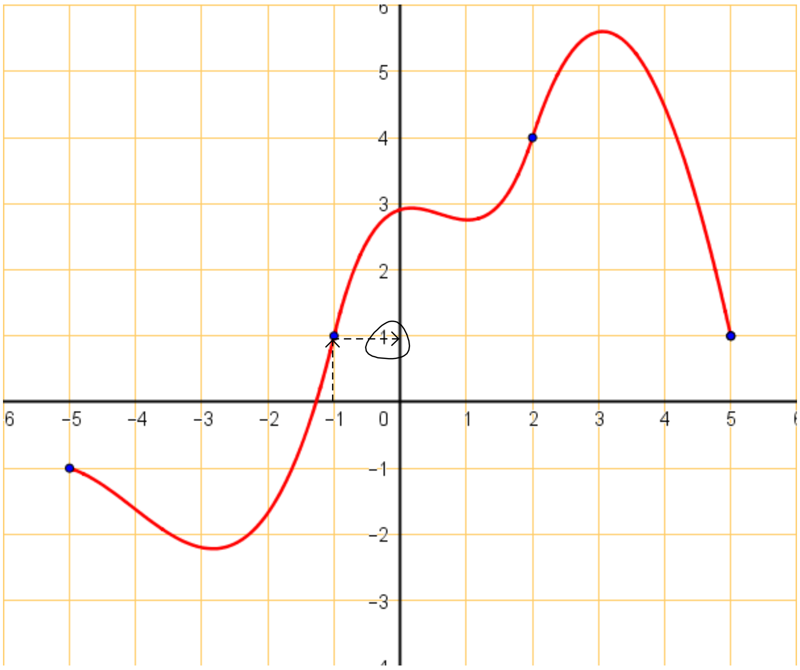
3. $f(-4) = 4$.



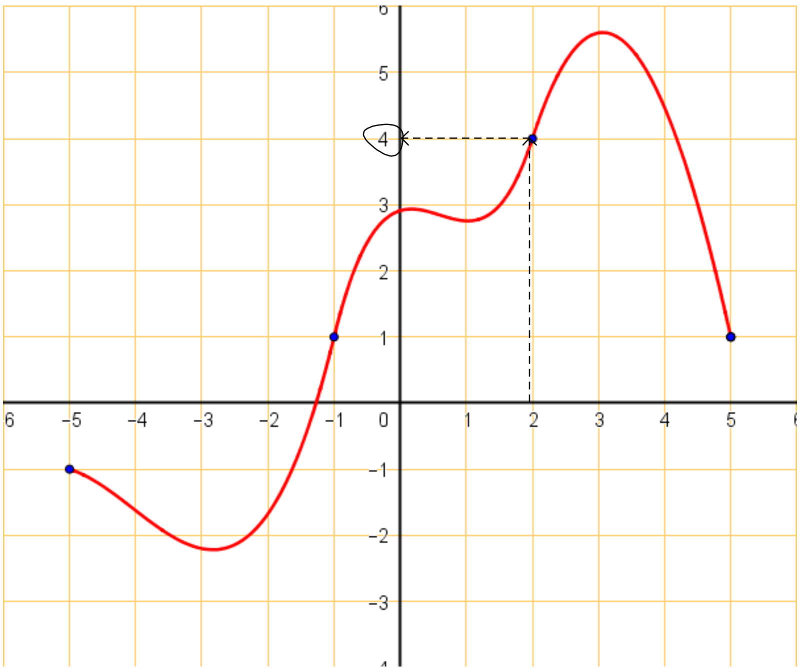
Retour à l'exercice =>34

Exercice 35

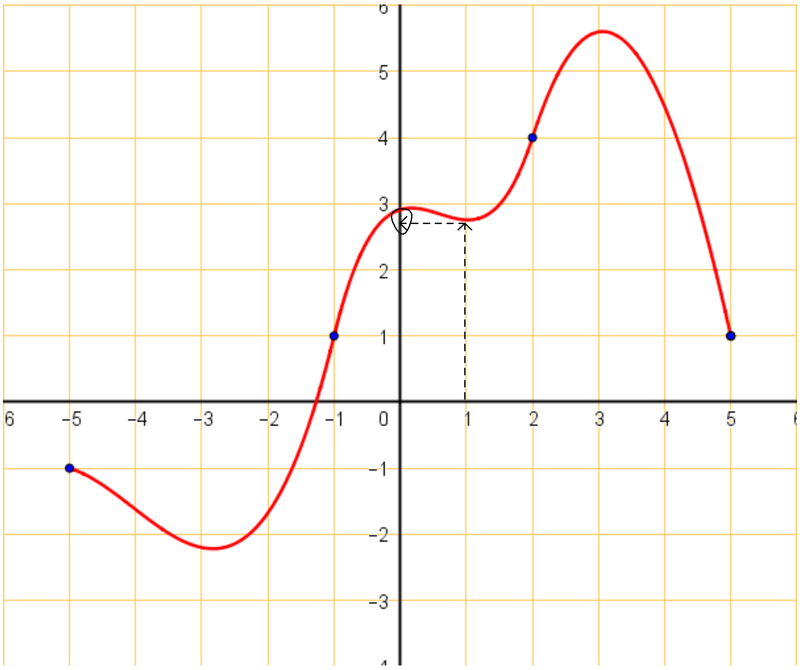
1. L'image de -1 par f est 1.



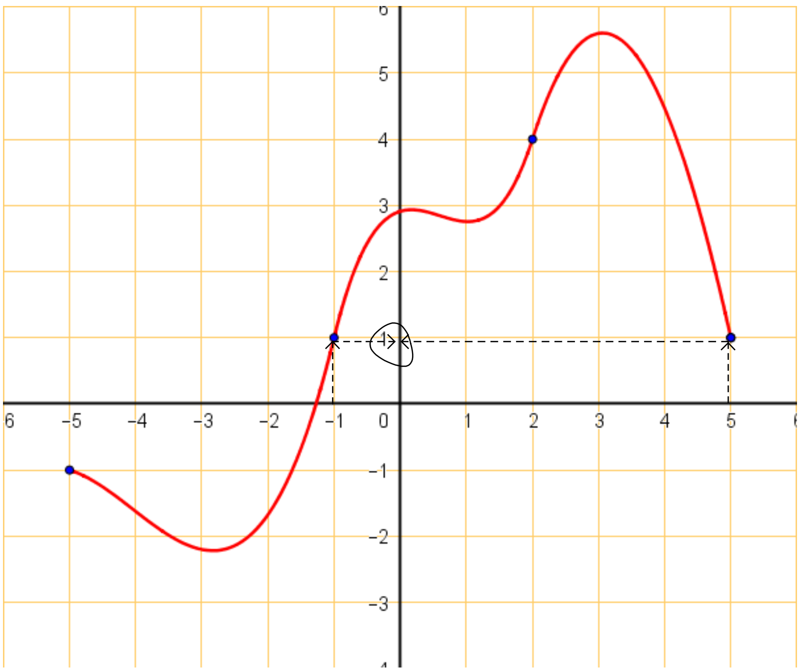
2. $f(2) = 4$.



3. Non ($2 < f(1) < 3$).



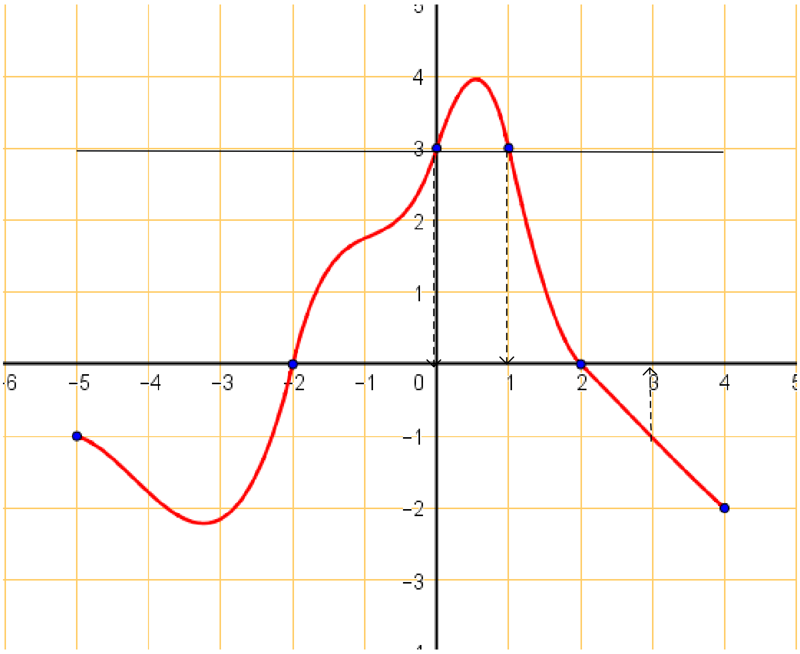
4. Vrai ($f(-1) = f(5) = 1$).



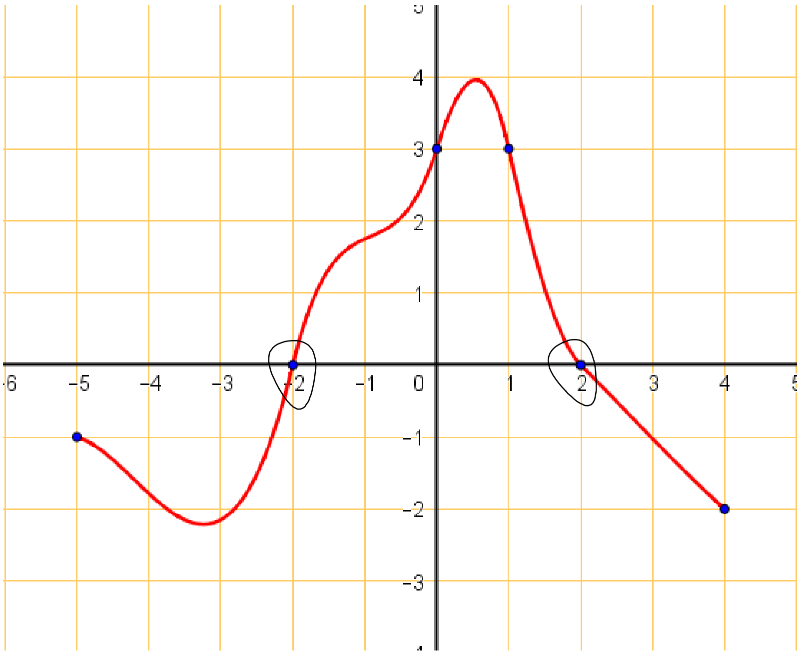
Retour à l'exercice =>35

Exercice 36

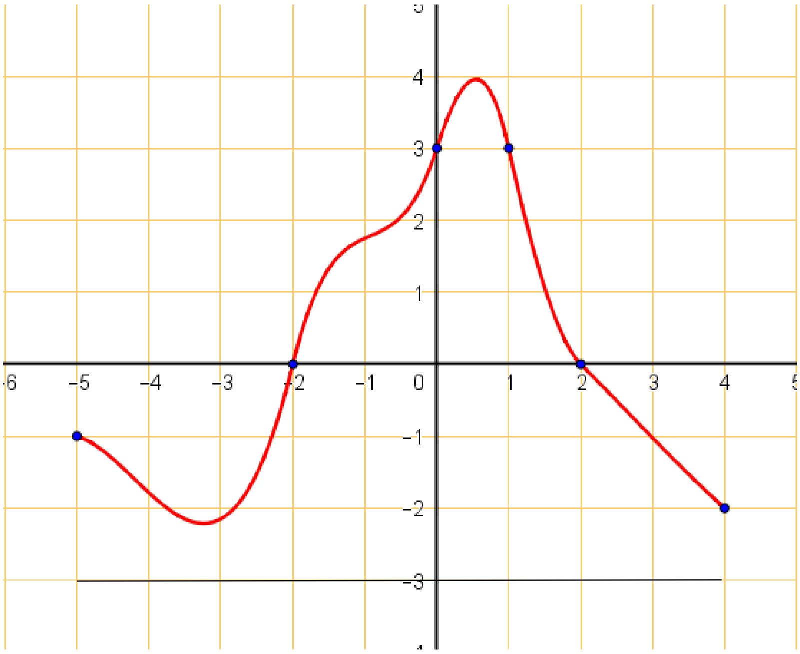
1. Les antécédents de 3 par f sont 0 et 1.



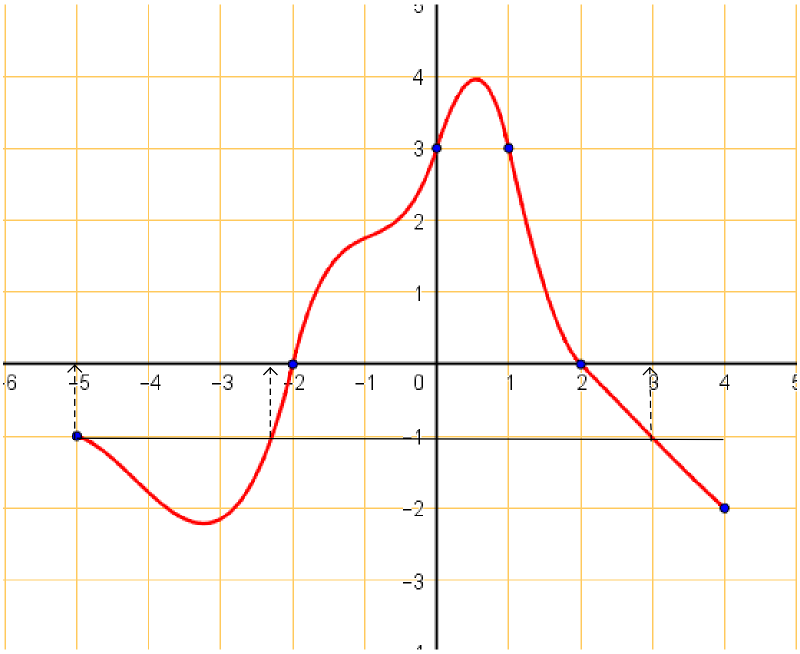
2. Les antécédents de 0 par f sont -2 et 2.



3. Le nombre -3 n'a pas d'antécédent par f.



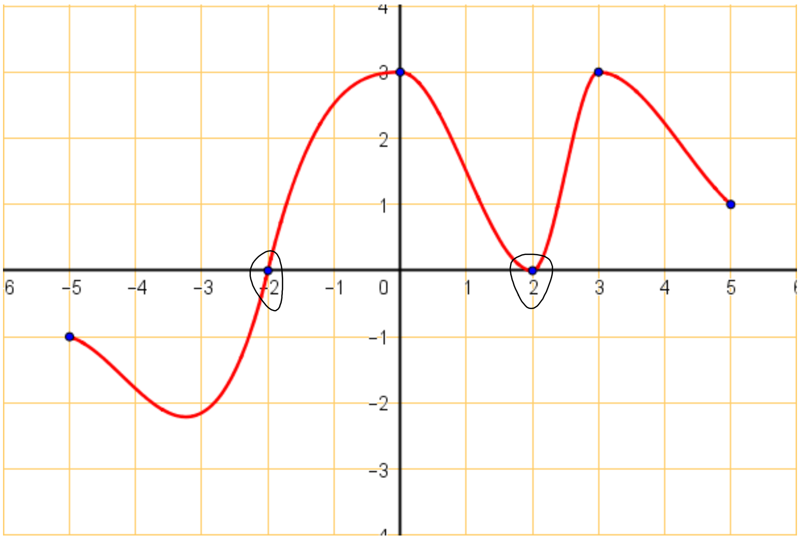
4. Oui.



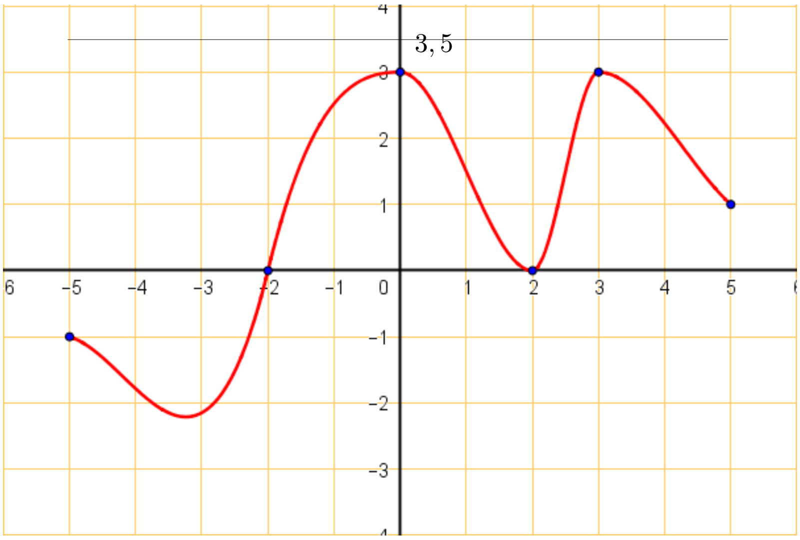
Retour à l'exercice =>36

Exercice 37

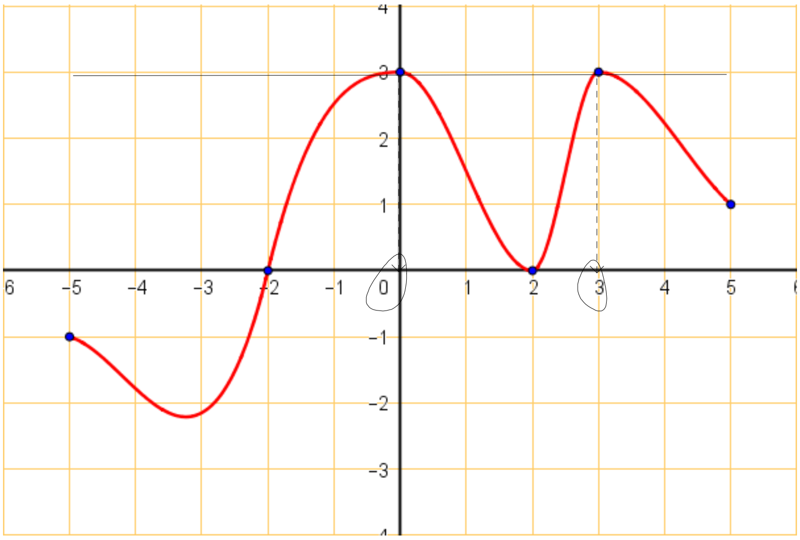
1. Les antécédents de 0 par f sont -2 et 2.



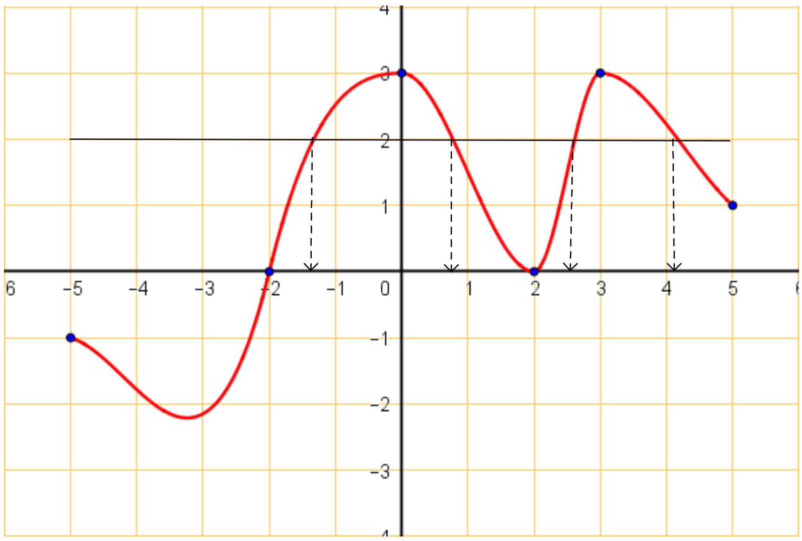
2. Le nombre $3,5$ n'a pas d'antécédent par f.



3. Les antécédents de 3 par f sont 0 et 3.



4. Non. Le nombre 2 admet 4 antécédents par f.



Retour à l'exercice =>37

Exercice 38

1. L'image de 0 par f est 1.

☐ vrai ■ faux (l'image de 0 par f est -1 et non 1)

2. Le nombre 0 a trois antécédents par f.

■ vrai ☐ faux (trois points d'intersection entre la courbe de f et l'axe des abscisses)

3. Le nombre 0 a trois images par f.

☐ vrai ■ faux (un nombre a au plus une image par une fonction)

4. Le nombre 4 est un des antécédents du nombre 1 par f.

■ vrai ☐ faux (effectivement l'image de 4 par f est 1 ; il existe un autre antécédent de 1 par f qui est approximativement 1,8)

5. Le nombre -3 n'a pas d'image par f.

☐ vrai ■ faux (il en a une, il appartient à l'ensemble de définition de f, cette image vaut approximativement $-1,8$)

6. le nombre -3 n'a pas d'antécédent par f.

■ vrai ☐ faux (pas d'intersection entre la courbe de f est la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par le point de coordonnées $(0;-3)$)

7. L'image de 3 par f est 3 et le seul antécédent de 3 par f est 3.

■ vrai ☐ faux ($f(3)=3$ et le seul point d'intersection entre la droite d'équation $y=3$ et la courbe de f sur l'intervalle $[-4;4]$)

Retour à l'exercice =>38

Exercice 39

1) 3 est l'image de 0 par f.

2) -1 et 1 sont les antécédents de 2 par f.

3) -1 a pour antécédents -2 et 2 par f.

4) L'abscisse du point de la courbe représentative de f d'ordonnée -7 est 5.

5) Le point de coordonnées $(-3;-6)$ appartient à la courbe représentative de f.

Retour à l'exercice =>39

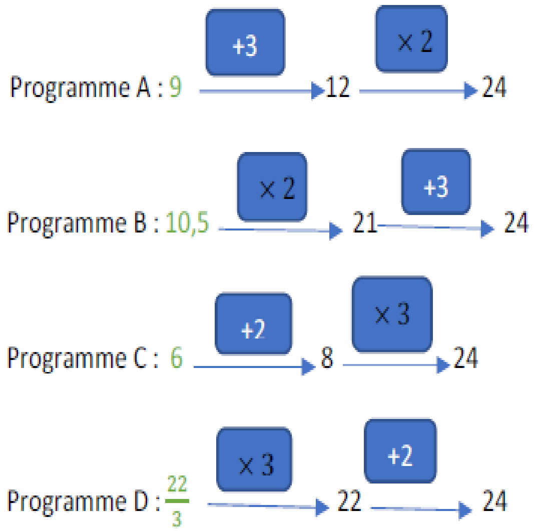
Exercice 40

1)

PROGRAMME A	**PROGRAMME B**
• 5 • $5+3=8$ • $2\times 8=16$	• 5 • $2\times 5=10$ • $10+3=13$
PROGRAMME C	**PROGRAMME D**
• 5 • $5+2=7$ • $3\times 7=21$	• 5 • $3\times 5=15$ • $15+2=17$

PROGRAMME A	**PROGRAMME B**
• -1 • $-1+3=2$ • $2\times 2=4$	• -1 • $2\times(-1)=-2$ • $-2+3=1$
PROGRAMME C	**PROGRAMME D**
• -1 • $-1+2=1$ • $3\times 1=3$	• -1 • $3\times(-1)=-3$ • $-3+2=-1$

2)



3) $a(x) = (x+3) \times 2 = 2x+6$,

$b(x) = 2x+3$,

$c(x) = (x+2) \times 3 = 3x+6$,

$d(x) = 3x+2$,

4) $a(0) = 6$, $b(0) = 3$, $c(0) = 6$ et $d(0) = 2$.

La droite verte représente la fonction a, la droite rouge représente la fonction b, la droite bleue représente la fonction c, la droite orange représente la fonction d.

Retour à l'exercice =>40

Exercice 41

1) $f(x) = 4x$ $\qquad g(x) = x^2$

2) $f(2,5) = 4 \times 2,5 = 10$ et donc le périmètre de ce carré est de 10 cm.

$g(2,5) = 2,5^2 = 6,25$ et donc l'aire de ce carré est de 6,25 cm².

3) $f(x) = 9$, soit $4x = 9$, soit $x = \dfrac{9}{4} = 2,25$ et donc le côté de ce carré mesure 2,25 cm.

$g(x) = 9$, soit $x^2 = 9$, soit $x = 3$ (car $x \geqslant 0$) et donc le côté de ce carré mesure 3 cm.

Retour à l'exercice =>41